

VYSOKÁ ŠKOLA BÁŇSKÁ – TECHNICKÁ UNIVERZITA OSTRAVA
EKONOMICKÁ FAKULTA

KATEDRA MATEMATICKÝCH METOD V EKONOMICE

Modelování zákaznického chování s využitím diskrétních stochastických procesů

Models of the Consumer Behavior using Discrete Stochastic Processes

Student: Petra Číhalová

Vedoucí diplomové práce: Ing. Václav Friedrich, Ph.D.

Ostrava 2009

Zadání diplomové práce

Student: **Ing. Petra Číhalová**
Studijní program: N6207 Kvantitativní metody v ekonomice
Studijní obor: 6207T018 Kvantitativní podpora managementu
Téma: **Modelování zákaznického chování s využitím diskretních stochastických procesů**
Models of the Consumer Behavior using Discrete Stochastic Processes

Zásady pro vypracování:

Hlavním cílem práce bude aplikovat diskretní stochastické procesy (metodu Markovových řetězců) na konkrétní modely chování zákazníka a získané výsledky interpretovat z pohledu marketingového pracovníka. K vytvoření a simulaci modelu bude použito prostředí vhodného programu CAS (Matlab, Scilab).

Doporučená osnova práce:

Úvod

1. Teoretická východiska - modely zákaznického chování, stochastické procesy
2. Metodika práce - modelování a simulace procesů v prostředí CAS
3. Návrh a vytvoření stochastického modelu s využitím Markovových řetězců
4. Analýza chování modelu a zhodnocení vypočtených parametrů
5. Návrhy a doporučení

Závěr

Použité informační zdroje

Přílohy

Seznam doporučené odborné literatury:

Kotler, P. - Lane, K. Marketing Management : 12. vydání. Grada Publishing a.s., 2007. 788 s. ISBN 978-8024713595.

Lilien, G. L. - Kotler, P. - Moorthy, K. S. Marketing Models. Prentice-Hall, 1992. 803 s. ISBN 978-0135446447.

Eliashberg, J. - Lilien, G. L. Marketing : Handbooks in Operations Research & Management Science, Volume 5. North-Holland, 1993. 895 s. ISBN 978-0444889577.

Kořenář, V. Stochastické procesy. Vysoká škola ekonomická, Fakulta informatiky a statistiky, 2002. 227 s. ISBN 978-8024503110.


Urroz, G. E. Numerical and Statistical Methods with SCILAB for Science and Engineering. Booksurge Llc, 2001. 593 s. ISBN 978-1588983046.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.


Vedoucí diplomové práce: **Ing. Václav Friedrich, Ph.D.**

Datum zadání: 21.11.2008

Datum odevzdání: 30.04.2009


RNDr. Simona Sobková, Ph.D.
vedoucí katedry




prof. Dr. Ing. Dana Dluhošová
děkanka fakulty

Místopřísežně prohlašuji, že jsem celou práci, včetně všech příloh, vypracovala samostatně.

V Ostravě dne 28. 4. 2009

Děkuji Ing. Václavu Friedrichovi, Ph.D. za odborné vedení diplomové práce a mnoho cenných rad a podnětů. Také děkuji své rodině a přátelům za podporu během mého studia.

Obsah

Úvod.....	2
1 Teoretická východiska	3
1.1 Modely zákaznického chování	3
1.1.1 Model „stimul-reakce“	3
1.1.2 Alternativní modely.....	12
1.2 Stochastické procesy	14
1.2.1 Markovovy řetězce	15
2 Metodika práce.....	29
2.1 Marketingový výzkum	29
2.1.1 Přípravná fáze.....	29
2.1.2 Realizační fáze	31
2.2 Modelování a simulace procesů v prostředí CAS	32
2.2.1 Nástroje CAS.....	33
2.2.2 SCILAB.....	34
2.2.3 Tvorba modelu v programu SCILAB.....	36
3 Návrh a vytvoření stochastického modelu s využitím Markovových řetězců.....	37
3.1 Sestavení matice pravděpodobností přechodu	37
3.2 Algoritmus výpočtu modelu v programu SCILAB	40
3.3 Limitní vektor a fundamentální matice středních dob prvního přechodu	44
4 Analýza chování modelu a zhodnocení vypočtených parametrů.....	45
5 Návrhy a doporučení.....	51
Závěr.....	57
Použité informační zdroje	58
Seznam zkratk a symbolů	
Prohlášení o využití výsledků diplomové práce	
Seznam příloh	

Úvod

Aplikace počtu pravděpodobnosti lze nalézt v mnoha oborech lidské činnosti. Jedním z nich je také tvorba stochastických modelů. Tyto modely popisují změny stavu, ke kterým dochází s určitou pravděpodobností, pracujeme tedy s náhodnými veličinami. Jednou z mnoha metod pracujících se stochastickými modely jsou Markovovy řetězce. V takovém případě hovoříme o diskrétních stochastických modelech.

Matematické teorie však postrádají pro mnoho lidí význam, pokud je nelze aplikovat na konkrétní lidskou činnost. Protože jsem se ve svém předchozím studiu zabývala zejména marketingem, byla pro mě výzva pokusit se spojit tyto dva obory lidské činnosti a na zajímavém příkladu ukázat možnosti stochastických modelů při aplikaci právě v marketingu. Metoda Markovových řetězců mě ihned zaujala. Při řešení modelu si tato metoda vystačí pouze s maticemi, vektory a základními operacemi mezi nimi. Zároveň však poskytuje zajímavé výsledky, které nelze získat běžným způsobem hodnocení dat marketingového výzkumu.

Hlavním cílem této práce je tedy aplikace diskrétních stochastických procesů (metody Markovových řetězců) na konkrétní model chování zákazníka a analýza získaných výsledků z pohledu marketingového odborníka. Konkrétně jsem si zvolila chování studentů vysoké školy při volbě internetového vyhledávače. V této práci budu ale zjišťovat nejen preference vybrané cílové skupiny, ale také změnu těchto preferencí během dvou období. Potřebná data pro model získám marketingovým výzkumem.

Samotná analýza modelu chování zákazníka metodou Markovových řetězců bude realizována v programu SCILAB, který patří mezi počítačové algebraické systémy (CAS). Pokusím se vytvořit speciální algoritmus, který provede potřebné výpočty a po zadání vstupních dat vypočítá požadované výstupy. Tento algoritmus bude sloužit nejen pro potřeby této diplomové práce, ale bude použitelný také pro tvorbu dalších modelů chování zákazníka s využitím metody Markovových řetězců. Kdokoliv, koho tento způsob analýzy chování zákazníka osloví, bude moci tento algoritmus použít pro svá vlastní vstupní data bez nutnosti znalosti postupu samotného výpočtu.

1 Teoretická východiska

Hlavním cílem této práce je aplikovat diskrétní stochastické procesy, metodu Markovových řetězců, na konkrétní model chování zákazníka a získané výsledky pak interpretovat. Nejdříve však bude potřeba popsat základní teoretická východiska potřebná pro splnění hlavního cíle. V první části se budu zabývat chováním zákazníka na trhu a modely zachycující jeho chování a rozhodování, zejména modelem „stimul – reakce“. Druhá část pak obsahuje definici stochastických procesů a představení metody Markovových řetězců.

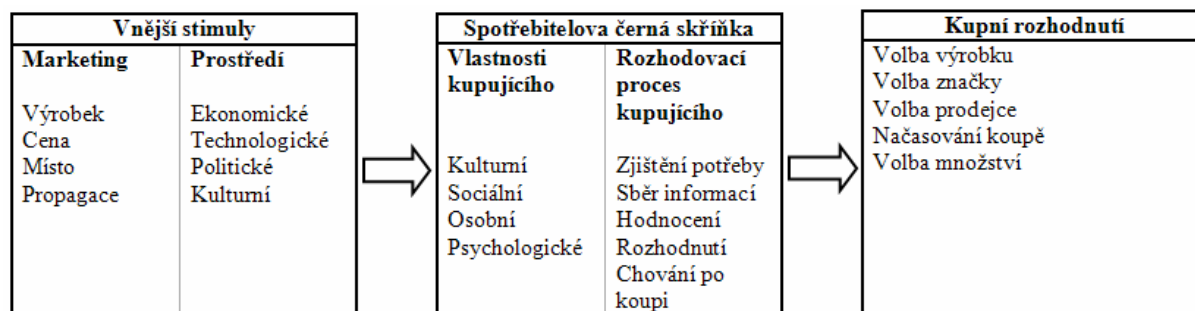
1.1 Modely zákaznického chování

K významným úkolům marketingu patří rozbor zákaznického chování a analýza procesu rozhodování zákazníka. Základním úkolem je sladit přání a požadavky zákazníků a nabídku výrobce, obchodníka či poskytovatele služby. Proto je potřeba odpovědět si na základní okruhy otázek:

- Kdo je zákazník a jaká jsou jeho přání a potřeby.
- Jaké faktory ovlivňují chování a rozhodování zákazníka.
- Jak, kdy a kde zákazník nakupuje.
- Jak zákazník reaguje na různé stimuly a podněty, zejména ty, které může firma ovlivnit.

1.1.1 Model „stimul-reakce“

Základním modelem pro analýzu zákaznického chování je **model „stimul – reakce“**, který zachycuje obrázek 1.1. Model zachycuje vnější stimuly, které působí na spotřebitelovu černou skříňku a vytváří reakce ve formě kupního rozhodnutí, viz Kotler (1997).



Obrázek 1.1 - Model chování spotřebitele

(Zdroj: KOTLER, P. Marketing Management, 3. doplněné a upravené vydání, 1997)

Vnější stimuly pak dělíme do dvou skupin – tržní stimuly, v anglické literatuře také označované jako 4P (product, price, place, promotion) a stimuly prostředí, které zahrnují hlavní vlivy makroprostředí, tedy vlivy ekonomického, technologického, politického a kulturního prostředí. Všechny tyto stimuly pak působí na zákazníka a formují jeho rozhodnutí. Kupní rozhodnutí zákazníka pak obsahuje rozhodnutí o výrobku, značce, prodeji, času a množství.

Hlavním úkolem firmy je zjistit, co se odehrává uvnitř zákazníka, v jeho tzv. černé skřínce. Je potřeba odpovědět si na dvě základní otázky:

- Jak ovlivňují vlastnosti zákazníka (kulturní, sociální, osobní a psychologické) jeho kupní chování.
- Jak probíhá rozhodovací proces zákazníka (jak se tvoří jeho konečné rozhodnutí).

Kulturní faktory

Kulturní faktory mají nejširší a nejhlubší vliv na chování spotřebitele. Společnost a kultura, ve které zákazník vyrůstá, zásadním způsobem ovlivňuje jeho chování. Základní vzory chování si odnášíme z rodiny, ze školy, ze vztahů s ostatními lidmi, viz Horáková (1992). Z kulturního prostředí přejímáme základní představy o hodnotách a jejich vztahu, učíme se citovému vnímání apod. Duchovní rámec společnosti, daný národnostním, náboženským, historickým a geografickým zázemím, podstatnou měrou ovlivňuje strukturu a rozsah spotřeby (např. způsob stravování, oblékání, trávení volného času, představy o uplatnění v zaměstnání).

Každá kultura se skládá z několika menších **subkultur**, které umožňují svým příslušníkům více možností pro sebeurčení a začlenění. Rozlišujeme několik typů subkultur. **Národnostní** skupiny, jako jsou např. Češi, Poláci, Italové, mají svá specifika a existují určité rozdíly mezi jejich nákupním chováním. Také různé **náboženské** skupiny, jako katolíci, muslimové, židé, reprezentují subkultury se specifickými kulturními zvyklostmi. **Rasové** skupiny, jako černoši, běloši, asiati, mají svůj specifický kulturní styl. Lze také rozlišovat různé subkultury **podle zeměpisných oblastí**, jako teplá jižní Evropa, chladná Skandinávie.

Významným kulturním faktorem silně ovlivňujícím nákupní chování je také členství v určité **sociální skupině**. Sociologové v USA rozlišují sedm sociálních skupin, které zachycuje tabulka 1.1.

Sociální skupina	Základní charakteristika
Nejvyšší upper uppers	Společenská elita. Žijí ze zděděného bohatství. Dávají velké sumy na dobročinné účely, pořádají kulturní akce, své děti posílají do nejlepších škol. Jsou trhem pro šperky, starožitnosti a domy.
Vyšší lower uppers	Lidé, kteří vydělali značné jmění díky svým mimořádným schopnostem. Zpravidla se rekrutují ze střední skupiny. Mají sklon aktivně se podílet na společenských a občanských událostech a shánějí symboly svého postavení pro sebe a své děti. Kupují drahé domy, automobily, jachty, bazény.
Lepší průměr upper middles	Nevlastní ani rodinný status, ani nezvyklé bohatství. Jejich hlavním zájmem je kariéra. Zastávají místa odborníků, nezávislých podnikatelů a manažerů. Věří ve vzdělávání. Jsou dobrým trhem pro domy, šaty, nábytek a vybavení domácnosti.
Střední vrstva middle vlase	Je tvořena průměrně placenými úředníky a dělníky. Obývají lepší čtvrti a snaží se dělat správné věci. Často kupují věci jen proto, že se pokládá za správné jít s módou.
Dělnická třída working vlase	Průměrně placení dělníci, kteří vedou životní styl dělnické třídy. To se týká jejich vzdělávání, příjmů, zázemí i práce. Jsou velmi závislí na svých příbuzných v otázkách psychické i ekonomické podpory, pracovních příležitostí, rady při nákupech a v případě problémů.
Lepší spodina upper lowers	Pracují, nejsou odkázáni na podporu. Jejich životní úroveň je však téměř na hranici bídy. Vykonávají špatně placené, nekvalifikované práce. Snaží se dosáhnout vyšší vrstvy. Často nemají dokončené vzdělání.

Sociální skupina	Základní charakteristika
Spodina lower lowers	Odkázání na podporu, očividně v bídě, většinou jsou bez práce nebo vykonávají tu nejšpinavější práci. Zpravidla nemají zájem o stálé zaměstnání, jsou závislí na almužnách a dobročinnosti.

Tabulka 1.1 Charakteristika sedmi hlavních sociálních skupin podle sociologů v USA

(Zdroj: KOTLER, P. Marketing Management, 3. doplněné a upravené vydání, 1997; upraveno autorem této práce)

Společenské vrstvy jsou relativně trvalé a stejnorodé skupiny lidí, které jsou hierarchicky uspořádány. Lidé z jedné vrstvy mají podobné názory, zájmy a jednání. Lidé z jedné společenské vrstvy mají tedy sklon jednat podobně mnohem více, než lidé ze dvou různých vrstev. Společenskou vrstvu lze také identifikovat podle celé řady různých znaků (vzdělání, příjem, povolání, jmění, názory apod.). Společenské vrstvy vykazují určité odlišnosti v preferencích značek a výrobků v odvětvích, jako je oblékání, vybavení bytu, využití volného času, automobily a kosmetika.

Kulturní vlivy jsou **dynamické povahy**. Souhrn hodnot a postojů, které se mezi generacemi předávají, se časem mění. Také samotná společnost se mění. Nejvýznamnějšími změnami ve vyspělých zemích jsou v posledních desetiletích sbližování kultur, změny v hierarchii hodnot, touha po vysokém životním standardu a také rostoucí význam volného času.

Sociální faktory

Chování spotřebitele je také ovlivněno sociálními faktory, jako jsou referenční skupiny, rodina, společenské role a statuty.

Mnoho skupin ovlivňuje chování jednotlivce. **Referenční skupina** zahrnuje všechny skupiny, které mají přímý (tváří v tvář) nebo nepřímý vliv na jeho chování a postoje. Skupiny působící na člověka přímo se nazývají členské. Člověk k nim patří a on a skupina na sebe vzájemně působí. **Primární** skupiny jsou skupiny, ve kterých je vzájemné působení nepřetržité. Patří sem rodina, přátelé, sousedé a kolegové v práci. Vztahy mezi členy jsou neformální. **Sekundární** skupiny jsou skupiny, kde vzájemné působení není nepřetržité (náboženské skupiny, zájmové a odborové organizace). Vztahy v rámci sekundární skupiny jsou více formální.

Lidé jsou ovlivňováni i skupinami, k nimž přímo nepatří. Takové skupiny, ke kterým si člověk přeje patřit, nazýváme **aspiračními** skupinami. **Nežádoucí** skupiny jsou naopak ty, jejichž názory, postoje a jednání daný jednatel odmítá.

Poznatky o vlivu referenčních skupin na chování a rozhodování osoby v roli spotřebitele jsou významnou měrou využívány se záměrem zefektivnit propagační činnost. Ukazuje se, že většího účinku propagace lze dosáhnout oslovením vůdčích primárních i sekundárních referenčních skupin, které svým příkladem působí na ostatní členy skupin, než kdyby se reklama pokoušela o ovlivnění každého jedince.

Dalším významným sociálním faktorem je **rodina**. Je to nejvlivnější společenská skupina, která ovlivňuje chování spotřebitele. Patří sem jak první rodina (rodiče), tak i druhá rodina (manžel/ka a děti). Rozlišujeme také vliv muže a ženy, tedy rozdělení úloh partnerů při pořizování různých druhů zboží a služeb, a také vliv dětí na kupní rozhodnutí rodičů. Žena – manželka tradičně samostatně rozhoduje a nakupuje takové věci jako jídlo, potřeby pro domácnost a běžné oblečení. Muž – manžel zase častěji rozhoduje o nákupu elektroniky či automobilu. V posledních letech ale dochází ke změně, častěji záleží více na tom, kdo má v rodině větší autoritu či odborné znalosti než na pohlaví. Některé výrobky a služby jsou pak nakupovány společně (bydlení, rekreace, trávení volného času, nábytek).

Osobní faktory

Rozhodování spotřebitele jsou také spjata s jeho osobními faktory, k nimž patří věk, životní styl, období životního cyklu, zaměstnání, ekonomické podmínky, osobnost a vlastní sebepojetí.

Lidské potřeby se během jeho života mění. V různém věku jsou pro člověka – spotřebitele důležité či potřebné jiné výrobky a služby. Spotřeba se tedy také utváří podle **životního cyklu rodiny**. Jiné potřeby má mladý člověk žijící u rodičů či sám v bytě, rodina s dětmi či starší lidé, jejichž děti již založily vlastní rodiny.

Osobní spotřeba je také ovlivňována **zaměstnáním**, a proto se marketingoví odborníci snaží rozlišit ty druhy zaměstnání, jejichž nositelé jeví o daný produkt nadprůměrný zájem. Jiné potřeby bude mít dělník a jiné potřeby topmanažer. Některé firmy se dokonce specializují na určitou skupinu pracovníků. Např. firma, která vyvíjí speciální programy pro manažery či firma vyrábějící pracovní oděv pro řemeslníky.

Volba zakoupeného zboží a služeb je také odrazem **ekonomických podmínek** jedince. Tyto ekonomické podmínky jsou určeny příjmem spotřebitele, výší jeho úspor, možnostmi získat půjčku či úvěr a jeho celkovým postojem k hospodaření s penězi. Toto je pak zajímavé zejména pro obchodníky se zbožím citlivým na velikost příjmů.

Lidé pocházející ze stejné společenské vrstvy a subkultury, kteří mají obdobné povolání, mohou mít naprosto odlišný **životní styl**. Je to určitý způsob života, odrážející se v lidské činnosti, zájmech a názorech. Sociální studie rozlišují několik skupin životního stylu. Cílem marketingu je v této souvislosti nalézt spojitost mezi osobami reprezentujícími určitý životní styl a strukturou spotřeby, jež je pro ně charakteristická, aby mohl být těmto osobám nabídnut produkt, který lépe odpovídá jejich potřebám a požadavkům. Znalost životního stylu je také velmi žádoucí pro sestavení účinné propagační kampaně.

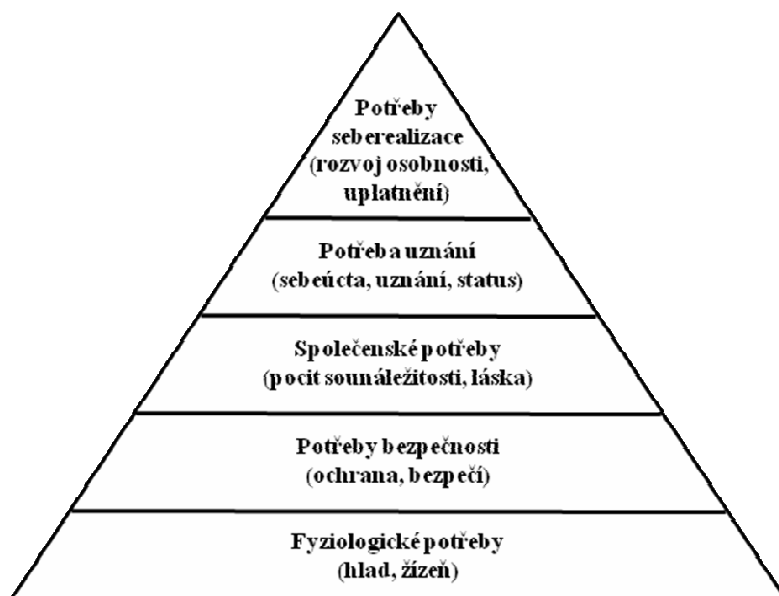
Každý člověk má určitou **osobnost**, která ovlivňuje jeho spotřební chování. Osobností pak rozumíme zřetelné vlastnosti člověka, které vedou k relativně pevnému a stálému vztahu k jeho okolí. Typy osobnosti jsou např.: sebevědomý, společenský, nedůvěřivý, přizpůsobivý, apod. S osobností člověka je také spojeno jeho **sebevědomění** (představa o sobě). Oba tyto faktory se pak velmi často využívají v reklamě, kdy jsou výrobku připisovány ty vlastnosti, které mají i spotřebitelé, které se snaží reklama ovlivnit (např. silné auto pro silné muže, pivo pro chlapy, parfém pro sexy ženu).

Psychologické faktory

Volba spotřebitele při nákupu zboží a služeb je také ovlivňována čtyřmi hlavními psychologickými faktory: motivací, vnímáním, učením a postoji.

Každý člověk má v každém časovém okamžiku mnoho potřeb. Některé jsou biologické, jiné jsou psychického rázu a pramení z nutnosti poznávat, hodnotit a náležet. Většina těchto potřeb nebude **motivovat** jejich nositele natolik, aby podle nich okamžitě jednal. Podle A. Maslowa¹ jsou lidské potřeby hierarchicky uspořádány od nejnaléhavějších k nejméně naléhavým (obrázek 1.2). Jedinec se snaží uspokojit své potřeby tak, jak za sebou následují v hierarchickém uspořádání: nejprve řeší potřeby, které jsou v daném okamžiku nejdůležitější. Teprve tehdy, když je potřeba nižšího řádu uspokojena, se stává motivace pro vyrovnání se s potřebou následující podle významnosti dostatečně intenzivní.

¹ MASLOW Abraham H. Motivation and Personality. New York, Harper & Row, 1954.



Obrázek 1.2 Maslowova pyramida potřeb

(Zdroj: KOTLER, P. Marketing Management, 3. doplněné a upravené vydání, 1997)

Motivovaný jedinec je připraven jednat. Jaké však bude jeho jednání, záleží na **vnímání** situace. Dvě stejně motivované osoby mohou za stejné situace jednat naprosto odlišně podle toho, jak každý z nich vnímá danou situaci. To je způsobeno tím, že své okolí vnímáme pomocí našich pěti smyslů. Každý z nás ale tyto informace zpracovává a interpretuje jiným způsobem. Vnímání nezávisí jen na fyzických stimulech, ale také na jejich vztahu k okolí a na osobnosti pozorovatele. Lidé mohou vnímat tutéž věc různě pod vlivem tří procesů: pozornosti, zkreslení, zapamatování.

- **Selektivní pozornost.** Lidé jsou denně vystaveni přílivu obrovského množství informací, z nichž většinu mozek nebude ukládat do dlouhodobé paměti. Proto je upoutání pozornosti velmi důležitým úkolem pro pracovníky marketingu.
- **Selektivní zkreslení.** Podnět, který upoutá pozornost spotřebitele, nemusí působit tak, jak marketingový odborník zamýšlel. Jedinec má totiž tendence přizpůsobovat si zprávu svým předpokladům a představám.
- **Selektivní vybavování.** Lidé zapomenou většinu zpracovávaných informací. Vybavují si spíše ty zprávy, které podporují jejich vlastní postoje a názory vůči zvoleným variantám.

Dalším psychologickým faktorem ovlivňujícím chování zákazníka je **učení**. Je to proces změn v chování jednotlivce, které vznikají na základě zkušeností. Proces učení je

tvořen vzájemným působením pohnutek, motivů a reakcí. Zájem spotřebitele o konkrétní výrobek nemusí pramenit pouze z vlastní touhy seberealizace, ale i z toho, že výrobek používají přátelé či osoby, které spotřebitel obdivuje. Na základě zkušeností pak může dojít ke zobecnění a přesunutí stejných vlastností jednoho výrobku na druhý výrobek stejné značky (např. spotřebitel je spokojen s notebookem značky HP a předpokládá tedy, že i tiskárny téže značky budou kvalitní). Opakem zobecnění je pak rozlišování, což znamená, že se spotřebitel naučí rozeznávat rozdíly u podobných stimulů a podle toho upraví svou reakci (spotřebitel na základě vlastní zkušenosti zjistí, že tiskárny značky Canon jsou rychlejší a kvalitnější a přehodnotí tedy svůj postoj k tiskárnám).

Prostřednictvím jednání a získávání zkušeností lidé zaujímají **postoje** a mají své **názory**. Tyto faktory pak také ovlivňují chování zákazníka při koupi. Názory i postoje spotřebitele jsou pro firmu velmi důležité. Není-li postoj spotřebitele k výrobku nebo službě příznivý, výrobce obvykle vynakládá značné úsilí na kampaň, jejímž cílem je tento postoj změnit. Naopak, podnik se znalostí kladného postoje spotřebitele vůči svým výrobkům nebo službám může velmi získat. Spotřebitel je k firmě více loajální a při koupi postupuje často rutinně, místo neustálého porovnávání s nabídkou ostatní konkurence.

Typy kupního jednání

Rozhodování spotřebitele se liší podle typu rozhodnutí. Je velký rozdíl mezi kupováním šampónu, bot, počítače či automobilu. Velké a nákladné koupě vyžadují často názory více účastníků. Assael² rozlišuje čtyři typy kupního jednání podle stupně zaujetí spotřebitele a rozdílnosti mezi produkty (obrázek 1.3).

² ASSAEL Henry. Consumer Behavior and Marketing Action. Boston, Kent, 1987.

	Vysoké zaujetí	Nízké zaujetí
Podstatné rozdíly mezi produkty	Komplexní chování spotřebitele	Chování spotřebitele hledajícího rozmanitost
Nepodstatné rozdíly mezi produkty	Chování redukující nesoulad	Stereotypní chování spotřebitele

Obrázek 1.3 - Druhy chování spotřebitele

(Zdroj: HORÁKOVÁ, I. Marketing v současné světové praxi, 1992; upraveno autorem této práce)

Komplexní chování spotřebitele je takové chování, kdy je spotřebitel koupí velmi zaujat a mezi nabízenými variantami produktu vidí podstatné rozdíly. Obvykle se jedná o nákladný a ne příliš často kupovaný výrobek, jehož koupě je z pohledu zákazníka riskantní (automobil, počítač, dovolená). Spotřebitel o dané kategorii produktu nemá zatím mnoho informací, a proto je vědomě vyhledává. V průběhu tohoto procesu si spotřebitel nejprve utváří postoj vůči produktu a teprve poté následuje promyšlená koupě. Úkolem marketingu je v tomto případě usnadnit zákazníkovi proces sběru informací o vlastnostech produktu a jejich relativním významu a přesvědčit jej o tom, že daný produkt konkrétní firmy se výrazně liší od produktů konkurenčních, a to tak, že uspokojuje potřeby zákazníka lépe než konkurence.

Chování snižující nesoulad je takový přístup spotřebitele, který je při koupi produktu velmi soustředěn, ale mezi jednotlivými variantami produktu nevidí podstatné rozdíly (podlahové krytiny, náterové hmoty). Výrobek je relativně nákladný, je kupován zřídka a rozhodnutí je poměrně riskantní, neboť jeho důsledky trvají po delší dobu. Zákazník se snaží získat informace před zakoupením zboží, ale protože rozdíly mezi nabízenými produkty nejsou explicitně vyjádřeny, koupě je uzavřena poměrně rychle. Podnětem k jejímu uskutečnění bývá cenové zvýhodnění nebo vhodné umístění prodejny. Po uplynutí určité doby ale může zákazník pocítit rozladění, projeví se některé negativní vlastnosti zakoupeného produktu, nebo uslyší nepříznivé ohodnocení výrobku, který zakoupil. Zákazník tedy nejprve jednal, pak přijal nové názory a nakonec vyjádřil svůj postoj. Vhodnou taktikou marketingu je proto udržovat spojení se zákazníky i po koupi prostřednictvím propagace, která bude přinášet hodnocení, které bude zdrojem spokojenosti zákazníka.

Stereotypní chování je chování, kdy je výrobek či služba nakupována s nízkým zaujetím (mýdlo, zubní pasta). Tyto výrobky a služby mají nepodstatné nebo málo podstatné

rozdíly mezi jednotlivými nabízenými variantami. Výběr těchto výrobků je spíše záležitostí zvyku než nakloněnosti některé znače a obvykle není spjat se získáváním informací o výrobcích jiných firem. Spotřebitel je pasivním příjemcem zpráv obsažených v krátkých televizních a tištěných reklamách, které jsou zaměřeny na vytvoření povědomí o existenci produktu. Účinným nástrojem marketingu této kategorie zboží je systém slev, rozdávání vzorků a dalších nástrojů podpory prodeje, jejichž cílem je podnítit vyzkoušení daného produktu.

Chování spotřebitele hledajícího rozmanitost se vyskytuje v takových nákupních situacích, které se vyznačují nízkou mírou zaujetí spotřebitele při koupi zboží, přestože mezi variantami produktu existují podstatné rozdíly (např. sušenky). Zákazník obvykle často střídá kupované druhy, a to zejména z důvodu touhy po rozmanitosti než z důvodu nespokojenosti. Volbě produktu obvykle nepředchází rozsáhlý průzkum a zakoupený výrobek či službu zákazník hodnotí až v okamžiku spotřeby. Pro výrobce s vedoucím podílem na trhu je výhodné převést chování spotřebitele hledajícího rozmanitost na stereotypní chování. Toho lze dosáhnout uplatněním reklamy s upomínací funkcí, dominancí na prodejních pultech a předcházením vyprodání produktu, tedy dobře fungující distribucí. Menší firmy by měly působit na zákaznickou potřebu rozmanitosti. Po omezené časové období by měly poskytovat cenová zvýhodnění spotřebitelům i prodejcům a tím zvýšit zájem o dané zboží. Reklamní kampaň by měla zdůrazňovat důvody pro vyzkoušení něčeho nového.

1.1.2 Alternativní modely

V předchozím textu byl popsán model očekávané hodnoty (model „stimul-reakce“), podle kterého může spotřebitel posuzovat různé vlastnosti výrobků a služeb. Model pak lze formálně vyjádřit vztahem:

$$A_{jk} = \sum_{i=1}^n W_{ik} B_{ijk}, \text{ kde:}$$

A_{jk} = celkové hodnocení j-té značky k-tým spotřebitelem

W_{ik} = váha významnosti, přiřazovaná k-tým spotřebitelem i-té vlastnosti výrobku

B_{ijk} = hodnocení i-té vlastnosti j-té značky k-tým spotřebitelem

n = počet vlastností

Součet hodnocení jednotlivých vlastností vynásobený příslušnými vahami významnosti daných vlastností nám dá celkové hodnocení výrobku nebo značky spotřebitelem.

Model ideální značky

Podle tohoto modelu srovnává spotřebitel danou značku se svou představou ideální značky nebo výrobku. Čím více se značka blíží ideálům, tím větší je pravděpodobnost koupě. Pro použití tohoto modelu je nutné u spotřebitelů zjistit jejich představu ideální značky. Pracovník marketingu pak může obdržet tři různé typy odpovědí. Někteří kupující budou mít zcela jasnou představu o své ideální značce. Jiní mohou popsat dva i více ideálů, které by byly schopny je uspokojit. Ostatní spotřebitelé mohou mít velké potíže s definicí své ideální představy a bude pro ně přijatelné větší množství možností.

Model minimální úrovně všech vlastností (konjunktivní model)

Někteří spotřebitelé zvažují možnosti stanovením minimální úrovně požadovaných vlastností. Poté budou brát v úvahu ty značky, které u všech vlastností splní požadovaný limit. V krajním případě může tento model vyloučit všechny značky.

Model minimální úrovně některých vlastností (disjunktivní model)

Oproti předchozímu modelu spotřebitel stanovuje minimální úroveň pouze u některých vlastností a výběr se provede podle vybraných vlastností a na ostatní se nebude brát ohled.

Srovnávací model (lexikografický model)

Podle tohoto modelu je nutné nejdříve seřadit vlastnosti podle váhy důležitosti. Pak se srovnávají jednotlivé značky podle nejdůležitější vlastnosti. Vybrán je ten výrobek, který u této nejdůležitější vlastnosti dosáhne nejlepšího hodnocení.

Model rozhodující vlastnosti (determinační model)

Podle tohoto modelu nemusí mít určitá vlastnost vliv na rozhodnutí spotřebitele, přestože je důležitá, protože všechny značky vykazují u této vlastnosti přibližně stejnou úroveň. Rozhodující vliv pak má vlastnost, která není až tak důležitá. Obchodník musí znát také rozhodující vlastnosti, ne pouze důležité vlastnosti.

Všechny modely ukazují, že spotřebitelé mohou zvažovat možnosti několika způsoby. Při nákupu určitého druhu zboží se spotřebitel může za určité situace rozhodovat podle různých modelů. Víme, že trh se skládá z mnoha různých spotřebitelů, je však třeba znát

převládající typ kupního jednání. Je možné, že obchodník zjistí, že většina jeho spotřebitelů se chová podle určitého modelu. Takové zjištění mu pomůže přizpůsobit své výroby poptávce.

1.2 Stochastické procesy

Stochastické modely jsou založeny na aplikaci počtu pravděpodobnosti. Zatímco deterministické modely pracují s veličinami, u nichž předpokládáme takovou stabilitu, že náhodné výkyvy lze zanedbat, u modelů stochastických vycházíme z předpokladu, že k určitým změnám dochází s určitými pravděpodobnostmi, pracujeme tedy s náhodnými veličinami.

Hlavním nástrojem modelování stochastických procesů jsou náhodné procesy. Popisují změny procesů v čase, které souvisejí s působením náhodných faktorů. Realizací procesů, které závisí na náhodných faktorech, jsou určité reálné funkce, jejichž průběh není deterministicky znám.

Obecně můžeme náhodný proces definovat jako množinu náhodných veličin, závislých na určitém počtu parametrů, ze kterých je každý definován na množině reálných čísel.

Průběh náhodného procesu je při každém jeho uskutečnění jiný. Jednotlivé případy uskutečněných náhodných procesů se nazývají realizacemi náhodného procesu $\{X_j(t)\}$, kde $j = 1, 2, \dots, n$.

V ekonomických aplikacích se vyskytují především procesy s jedním parametrem, kterým je čas. Takové náhodné procesy se nazývají stochastické procesy. Stochastický proces definujeme jako množinu náhodných veličin $\{X(t), t \in T\}$, kde T je množina jistých parametrů, přičemž se T často chápe jako množina časových okamžiků. V závislosti na charakteru množiny T se stochastické procesy rozdělují na procesy s diskrétním časem, jestliže T je spočetná množina a na procesy se spojitým časem, je-li T interval.

Rozdělení náhodných veličin $X(t)$ souvisí se stavy procesu, které modelovaný systém může nabývat. Stavem stochastického procesu $\{X(t), t \in T\}$ rozumíme určitou zjednodušenou situaci, vymezenou za účelem studia modelu zkoumaného procesu. V určitém okamžiku se vyskytuje situace z určitého souboru možností. Hovoříme o výskytu stavu i v okamžiku n , přičemž je-li množina stavů sledovaného procesu spočetná, jedná se o stavově diskrétní proces, v opačném případě o stavově spojitý proces. V diskrétním případě se množina stavů

často zobrazuje do množiny přirozených čísel, takže stavy procesu značíme čísla 1, 2, ..., N. Stavem může být například situace „provoz“ nebo „oprava“ stroje, přičemž očíslování nemá význam počtu, ale je zjednodušeným označením stavů. Symbolicky můžeme pro stav systému v okamžiku n použít označení $s(n)$.

Stochastický charakter procesu spočívá v tom, že v okamžiku n se vyskytuje jeden z možných stavů s určitou pravděpodobností. V ekonomické problematice se zajímáme především o procesy, kde množina stavů je konečná a kde výskyt stavu v určitém okamžiku n je závislý na výskytu stavu v předešlém okamžiku $n-1$. Jestliže je množina T diskrétní, pak se stochastický proces nazývá Markovův řetězec, jinak se hovoří o Markovově procesu se spojitým časem.

Aplikace stochastických procesů v ekonomické oblasti plyne zejména z rostoucího významu procesů, které mají hromadný charakter. Rostoucí automatizace výrobních procesů, rychle rostoucí oblast služeb nejrůznějšího druhu, problémy zásobování – to vše přináší impulsy k aplikaci modelů, které mohou vystihnout určitým způsobem pravděpodobnostní strukturu sledovaných procesů.

Příkladem stochastického modelu z každodenního života pak může být tato situace: Předpokládejme, že Bob má rád sodovky³. Po tenisovém zápase si jde koupit nápoj do automatu. Na výběr má Coca Cola, Coca Cola light, Sprite, Sprite light a Fanta Orange. Vybere si Sprite, přestože to není jeho nejoblíbenější sodovka. Přesto si jej občas dá. Kdybychom sledovali jeho nákupní chování, zjistili bychom, že z nabízených možností volí v 60 % Coca Cola, v 25 % Sprite a v 15 % Fanta Orange. Když se ho zeptáte, proč se rozhoduje právě takto, tak odpoví, že prostě jednou má chuť na to a jednou na něco jiného.

Vezmeme-li v úvahu, že se stochastické modely využívají i v oblasti fyzikální, chemické a biologické, je zřejmé, že se jedná o disciplínu s velkým aplikačním rozsahem, viz Kořenář (2002).

1.2.1 Markovovy řetězce

Markovovy řetězce, které jsou nejjednodušším typem Markovových procesů, předpokládají diskrétnost času i stavů. Používají se pro popis systémů, které se mohou

³ Příklad byl převzat z knihy LILIEN, Gary L., KOTLER, Philip, MOORTHY, K. Sridhar. Marketing models, 1992, str. 31 – 32.

nacházet v jednom z konečného, případně v jednom z nekonečného, ale spočetného počtu stavů.

Markovská vlastnost se vyjádří podmíněnými pravděpodobnostmi následovně:

$$P\{s(n) = j / s(n-1) = i, s(n-2) = k, \dots, s(0) = m\} = P\{s(n) = j / s(n-1) = i\}$$

Pravděpodobnost výskytu stavu j v okamžiku n za předpokladu, že se v předešlých okamžicích vyskytly různé stavy, je určena stavem v okamžiku $n-1$. Tyto podmíněné pravděpodobnosti, které používáme pro popis chování určitého systému, nazýváme též podmíněnými pravděpodobnostmi přechodu.

Chování systému popsaného typu je určeno:

1. vektorem absolutních pravděpodobností v určitém okamžiku

$$p(n) = [p_1(n), p_2(n), \dots, p_N(n)] \text{ pro } n = 0, 1, 2, \dots,$$

kde $p_i(n)$, $i = 1, 2, \dots, N$, značí pravděpodobnosti, že proces je v okamžiku n ve stavu i .

2. maticí pravděpodobností přechodu

$$P(n) = [p_{ij}(n)], \text{ kde } i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, N.$$

Pravděpodobnost $p_{ij}(n)$ nazveme podmíněnou pravděpodobností přechodu ze stavu i do stavu j , k němuž dojde mezi okamžiky $n-1$ a n . Jestliže tyto pravděpodobnosti $p_{ij}(n)$ nezávisí na tom, mezi kterými okamžiky k přechodu dochází, tj. je-li $p_{ij}(n) = p_{ij}$, pak příslušný Markovův řetězec nazýváme **homogenní**, jestliže $p_{ij}(n)$ závisí na n , pak hovoříme o **nehomogenním** Markovově řetězci. Dále se budeme zabývat pouze homogenními Markovovými řetězci.

Pravděpodobnosti p_{ij} musí splňovat podmínky:

$$p_{ij} \geq 0 \text{ pro } i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, N$$

$$\text{a } \sum_{j=1}^N p_{ij} = 1 \text{ pro } i = 1, 2, \dots, N,$$

protože každý řádek matice P je úplnou soustavou jevů a jeho součet musí být tedy roven 1.

Markovovy řetězce lze popsat na základě znalosti vektoru absolutních pravděpodobností stavu $\mathbf{p}(n)$ a matice $\mathbf{P} = [p_{ij}]$ podmíněných pravděpodobností přechodu pomocí vztahu:

$$p^{(n+1)} = p^{(n)} P. \quad (\text{Vztah 1.1})$$

Postupným dosazováním můžeme dojít ke vztahu:

$$p(n+1) = p(0) P^{n+1}. \quad (\text{Vztah 1.2})$$

Známe-li pravděpodobnosti výskytu jednotlivých stavů v okamžiku, kdy proces začíná, můžeme pomocí Markovova řetězce popsat pravděpodobnosti výskytu stavů v každém dalším okamžiku. Naznačme to na příkladě dvou stavů. Jsme-li v okamžiku „0“ ve stavu „1“, označme pravděpodobnost tohoto jevu $p_1(0)$, jsme-li ve stavu „2“, označme ji $p_2(0)$. V následujícím okamžiku, tj. v okamžiku „1“ se můžeme ocitnout ve stavu „1“ buď setrváním ve stavu „1“ nebo přechodem ze stavu „2“ do stavu „1“. Formálně to vyjádříme takto:

$$p_1(1) = p_1(0)p_{11} + p_2(0)p_{21} = \sum_{j=1}^N p_j(0)p_{j1},$$

kde p_{11} a p_{21} jsou prvky matice pravděpodobností přechodu a $p_1(0)$, $p_2(0)$ složky vektoru absolutních pravděpodobností $p(0)$ v okamžiku 0. Pomocí vektoru výchozích absolutních pravděpodobností $p(0)$ a matice pravděpodobností přechodu P lze stanovit rozdělení pravděpodobností v libovolném okamžiku pro N stavů, tzn. absolutní pravděpodobnosti $p_i(k)$, kde $i = 1, 2, \dots, N$, $k = 1, 2, \dots$. Například pro absolutní pravděpodobnosti $p_i(1)$, $i = 1, 2, \dots, N$ platí:

$$\begin{aligned} p_1(1) &= p_1(0)p_{11} + p_2(0)p_{21} + \dots + p_N(0)p_{N1}, \\ p_2(1) &= p_1(0)p_{12} + p_2(0)p_{22} + \dots + p_N(0)p_{N2}, \\ &\vdots \\ p_N(1) &= p_1(0)p_{1N} + p_2(0)p_{2N} + \dots + p_N(0)p_{NN}. \end{aligned}$$

Přehledně můžeme uvedené vztahy psát v maticové formě:

$$p(1) = p(0) P.$$

Podobně lze odvodit vztah pro absolutní pravděpodobnosti $p(2), p(3), \dots$. Analogicky bude totiž platit:

$$\begin{aligned}
p(2) &= p(1)P, \\
p(3) &= p(2)P, \\
&\dots\dots\dots \\
p(n) &= p(n-1)P.
\end{aligned}$$

Postupným dosazováním dojdeme ke vztahu:

$$p(n) = p(0) P^n.$$

Chování homogenních Markovových řetězců po n časových okamžicích je tedy popsáno mocninami matice pravděpodobností přechodu a vektorem výchozích absolutních pravděpodobností.

Uvedený vztah dovolu je formulovat dvě otázky. První se týká pravděpodobností přechodu ze stavu i do stavu j v n časových okamžicích. Tyto pravděpodobnosti přechodu jsou dány prvky matice P^n (značíme je p_{ij}^n). Na diagonále matice P^n dostáváme pravděpodobnosti návratu do téhož stavu po n časových okamžicích (p_{ii}^n). Jestliže p_{ij}^n je různé od nuly pro libovolné n , hovoříme o stavech **rekurentních**, v opačném případě o stavech **tranzientních**.

Stavy rekurentní mohou být takové, že návrat do výchozího stavu může nastat kdykoliv nebo až po konečném nebo nekonečném počtu kroků. V prvním případě hovoříme o stavech **ergodických**, ve druhém o stavech **periodických** a ve třetím o stavech **rekurentních nulových**.

Pravděpodobnosti přechodu vyšších stupňů p_{ij}^n dovolují rozlišit dále stavy **dosažitelné** a **nedosažitelné** z určitého stavu. Stav j je dosažitelný ze stavu i , platí-li $p_{ij}^n > 0$, tj. existují-li nenulové pravděpodobnosti přechodu ze stavu i do stavu j po n časových okamžicích. V opačném případě je nedosažitelný. Stavy vzájemně dosažitelné nazýváme **souslednými**. Skupinu vzájemně sousledných stavů nazýváme **uzavřenou třídou**. Je-li v řetězci taková třída jedna, nazýváme jej **nerozložitelným** (ireducibilním). Tvoří-li všechny stavy řetězce uzavřenou třídu a jsou ergodické, nazýváme řetězec **regulárním**. Jestliže pro jeden či několik stavů platí $p_{ii} = 1$ (tj. setrvání ve stavu i je jev jistý) a do těchto stavů existuje vstup, potom hovoříme o stavech pohlcujících (absorpčních). Ostatní stavy pak nutně musí být transientní, protože se postupně pravděpodobnost jejich výskytu blíží nule. Řetězce, obsahující tyto stavy nazýváme **absorpčními**.

Je-li řetězec rozložitelný, znamená to, že lze současným přecházením stavů v matici pravděpodobností přechodu vytvořit nulové submatice. Dostáváme pak buď matici typu

$$P = \begin{pmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{pmatrix}, \quad (\text{Vztah 1.3})$$

kde P_1, P_2 jsou čtvercové matice, nebo typu

$$P = \begin{pmatrix} Q & 0 \\ R & S \end{pmatrix}, \quad (\text{Vztah 1.4})$$

kde Q, S jsou čtvercové matice, přičemž Q obsahuje rekurentní stavy a matice S stavy tranzientní. Je-li matice P rozložitelná na tvar

$$P = \begin{pmatrix} 0 & P_1 \\ P_2 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{Vztah 1.5})$$

kde 0 jsou nulové čtvercové matice, bude systém oscilovat mezi dvěma množinami stavů a příslušná matice P bude popisovat periodický řetězec. Není-li matice P rozložitelná, jedná se o regulární řetězec, kde všechny stavy řetězce tvoří uzavřený celek (z každého stavu lze přejít do všech ostatních a naopak).

Regulární řetězce

Matici pravděpodobností přechodu nazveme regulární, je-li P^n pro určité konečné n bez nulových prvků. Zároveň platí, že matice P je regulární, jestliže není rozložitelná na tvar (1.3), (1.4) nebo (1.5). Lze dokázat, že matice P konverguje k limitní matici A typu

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_N \\ a_1 & a_2 & \dots & a_N \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1 & a_2 & \dots & a_N \end{pmatrix},$$

jejíž řádky tvoří shodné řádkové vektory $a = (a_1, a_2, \dots, a_N)$, které nazýváme **limitní** (stacionární) **vektory**.

Pro regulární matice platí tyto základní vlastnosti:

1. Je-li P regulární, A je limitní matice a a je limitní vektor, pak s rostoucím n se $p \cdot P^n$ blíží k a , ať je výchozí vektor p jakýkoliv;

2. vektor \mathbf{a} je jediný, pro nějž $\mathbf{a} \cdot \mathbf{P} = \mathbf{a}$;

3. $\mathbf{P} \mathbf{A} = \mathbf{A} \mathbf{P} = \mathbf{A}$.

Limitní vektor \mathbf{a} je možné stanovit následujícím způsobem. Předpokládáme-li, že se v případě regulárních řetězců mohou všechny stavy stále vyskytovat, tj. $0 < p_{ij} < 1$, existuje limitní rozdělení absolutních pravděpodobností vektoru $\mathbf{p}(n)$. Potom platí:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{p}(n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{p}(n-1) = \mathbf{a},$$

kde vektor $\mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_N)$ je limitní (stacionární) vektor. Složky vektoru \mathbf{a} lze interpretovat jako podíly z celkové doby, kterou systém stráví ve stavech 1, 2, ..., N v rámci dosti dlouhého časového období.

Protože platí $\mathbf{p}(n) = \mathbf{p}(n-1)\mathbf{P}$, můžeme po limitním přechodu uvedený vztah psát ve tvaru $\mathbf{a} = \mathbf{a}\mathbf{P}$. Rovnice této soustavy jsou lineárně závislé, a proto není možné nalézt jediné řešení. Nalézt takové řešení umožňuje zavedení další podmínky, která plyne z toho, že pravděpodobnosti stavů tvoří úplnou soustavu jevů, tj. podmínky $\sum a_i = 1$.

Fundamentální matice regulárního řetězce

Pomocí limitní matice \mathbf{A} definujeme fundamentální matici regulárního řetězce, která umožňuje stanovit střední dobu prvního přechodu do určitého stavu a rozptyl dob prvního přechodu. U regulárního řetězce je střední doba setrvání v systému neomezená, neboť každý stav se může opakovat libovolně často. Proto tato charakteristika není zkoumána. Fundamentální matici regulárního řetězce \mathbf{Z} definujeme takto:

$$\mathbf{Z} = [\mathbf{I} - (\mathbf{P} - \mathbf{A})]^{-1} = \mathbf{I} + \sum_{n=1}^{\infty} (\mathbf{P}^n - \mathbf{A}) \quad (\text{Vztah 1.6})$$

Pro výraz $[\mathbf{I} - (\mathbf{P} - \mathbf{A})]^{-1}$ lze použít rozvoje $\mathbf{I} + (\mathbf{P} - \mathbf{A}) + (\mathbf{P} - \mathbf{A})^2 + \dots$, konvergují-li mocniny $(\mathbf{P} - \mathbf{A})$ k 0. Tato podmínka je splněna, protože $\mathbf{P}^n \rightarrow \mathbf{A}$. Dále je možno dokázat platnost vztahu $(\mathbf{P} - \mathbf{A})^n = \mathbf{P}^n - \mathbf{A}$ a tudíž i vztahu (1.6).

Fundamentální matice \mathbf{Z} má řadu vlastností, kterých lze využít při zkoumání středního počtu průchodu určitým stavem.

Uvedme některé vlastnosti fundamentální matice:

1. $\mathbf{P} \mathbf{Z} = \mathbf{Z} \mathbf{P}$,

2. $Z \cdot \xi = \xi$, kde ξ je vektor, jehož složky jsou tvořeny samými jedničkami,

3. $a Z = a$,

4. $I - Z = A - P Z$.

Proveďme důkaz čtvrté vlastnosti. Výraz (1.6) vynásobíme $I - P$ a dostaneme:

$$\begin{aligned} (I - P)Z &= \\ &= (I - P)[I + (P - A) + (P^2 - A) + \dots] = \\ &= I - P + (P - A) + (P^2 - A) + \dots - P(P - A) - P(P^2 - A) - \dots = \\ &= I - P + (P - A) \end{aligned}$$

Pouhým převedením členů na příslušné strany rovnice získáme vztah $I - Z = A - PZ$.

Střední doba prvního přechodu

Při realizaci regulárního řetězce se mohou průběžně v čase vyskytovat všechny stavy. Proto nabývají významu charakteristiky, udávající střední dobu prvního přechodu do určitého stavu.

Označme střední dobu prvního přechodu ze stavu s_i do stavu s_k jako m_{ik} . Střední dobu prvního přechodu pro případ $i = k$ (v tomto případě jde vlastně o střední dobu prvního návratu) můžeme vyjádřit jako

$$m_{ii} = 1 \cdot p_{ii} + \sum_{k \neq i} p_{ik} m_{ki}.$$

Setrvá-li systém s pravděpodobností p_{ii} ve stavu s_i , stráví zde jednu časovou jednotku (s pravděpodobností p_{ii}). Přejde-li s pravděpodobností p_{ik} do stavu s_k , trvá v průměru návrat (první příchod z s_k do s_i) m_{ki} . V ostatních případech můžeme střední dobu prvního přechodu z s_i do s_j vyjádřit jako

$$m_{ij} = 1 \cdot p_{ij} + \sum_{k \neq j} [p_{ik} m_{kj} + 1 \cdot p_{ik}], \quad (\text{Vztah 1.7})$$

kde přechod ze stavu s_i do stavu s_j může s pravděpodobností p_{ij} proběhnout hned v prvním kroku (za jednu časovou jednotku) nebo všemi možnými kombinacemi z s_j do s_k , a to buď v jednom kroku, nebo ve větším počtu kroků. Úpravou rovnice (1.7) můžeme přejít na tvar

$$m_{ij} = \sum_{k \neq j} p_{ik} m_{kj} + 1 = \sum_k p_{ik} m_{kj} - p_{ij} m_{jj} + 1.$$

Vyjádříme-li střední dobu prvního přechodu mezi jednotlivými stavy systému pomocí maticového vyjádření, kde $\mathbf{M} = \{m_{ij}\}$, dostáváme

$$\mathbf{M} = \mathbf{P}(\mathbf{M} - \hat{\mathbf{M}}) + \mathbf{E},$$

kde $\hat{\mathbf{M}}$ je matice obsahující jen diagonální prvky matice \mathbf{M} a \mathbf{E} je matice tvořená samými jednotkami. Vyjádříme-li \mathbf{M} v explicitní formě, dostaneme

$$\mathbf{M} = (\mathbf{I} - \mathbf{Z} + \mathbf{E}\hat{\mathbf{Z}})\hat{\mathbf{M}}, \quad (\text{Vztah 1.8})$$

kde $\hat{\mathbf{Z}}$ je matice obsahující pouze diagonální prvky fundamentální matice \mathbf{Z} . Při stanovení prvků diagonální matice \mathbf{M} vyjdeme z platnosti vztahu $m_{ii} = 1/a_i$, kde a_i jsou složky limitního vektoru \mathbf{a} .

Absorpční řetězce

Absorpčními řetězci nazveme takové Markovovy řetězce, v nichž se mimo transientní stavy vyskytují stavy absorpční, tj. takové, pro něž pravděpodobnost setrvání v daném stavu je jednotková. Abychom vytvořili v matici pravděpodobností přechodu absorpčního řetězce kompaktní bloky, přečísloveme jednotlivé stavy tak, že změníme vhodným způsobem pořadí řádků a sloupců matice pravděpodobností přechodu příslušného absorpčního řetězce.

Dostaneme tak matici pravděpodobností přechodu ve tvaru

$$\mathbf{P} = \begin{vmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{R} & \mathbf{Q} \end{vmatrix}.$$

Je-li celkový počet stavů r a počet tranzientních stavů s , pak \mathbf{I} je jednotková matice, která má $(r-s).(r-s)$ prvků, \mathbf{Q} je matice pravděpodobností přechodu mezi transientními stavy o rozměru $s.s$ prvků, $\mathbf{0}$ je nulová matice o rozměru $(r-s).s$ prvků a \mathbf{R} je matice pravděpodobností přechodu mezi tranzientními a absorpčními stavy o rozměru $s.(r-s)$.

Střední počet průchodů tranzientními stavy

U absorpčních řetězců sledujeme charakteristiky, které lze stanovit pomocí fundamentální matice

$$N = (I - Q)^{-1}. \quad (\text{Vztah 1.9})$$

Inverzní matice existuje, konverguje-li Q^n k nule, a můžeme pro ni psát

$$(I - Q)^{-1} = I + Q + Q^2 + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} Q^k.$$

Prvky fundamentální matice N udávají, kolikrát se proces v průměru ocitne v tranzientních stavech. Označíme-li prvky fundamentální matice $N = [n_{ij}]$, pak n_{ij} bude vyjadřovat střední hodnotu počtu průchodů stavem s_j , pokud proces vyšel ze stavu s_i , kde s_i, s_j jsou stavy tranzientní.

Budeme-li předpokládat, že se průchody tranzientními stavy uskutečňují v jednotkových časových intervalech, můžeme zkoumat průměrné doby strávené v jednotlivých tranzientních stavech. Tato doba závisí na tom, z jakého stavu proces vyšel. Pokud vyšel proces ze stavu absorpčního, je tato doba zřejmě nulová. Vyjde-li proces z i -tého tranzientního stavu, můžeme střední dobu (střední počet průchodů) strávenou v tranzientních stavech vyjádřit jako $m_i t_i$, kde doba $t_i = \sum_j n_{ij}$ představuje součet počtu průchodů všemi stavy tranzientními, dosažitelnými ze stavu s_i . Soustavu veličin $m_i t_i$ pro různá i lze vyjádřit sloupcovým vektorem $m(t)$.

Tento sloupcový vektor je tvořen řádkovými součty prvků fundamentální matice N . Vektor $m(t)$ získáme také vynásobením fundamentální matice N zprava sloupcovým vektorem, tvořeným jednotkami, který označíme ξ . Potom

$$m(t) = N \cdot \xi.$$

Pravděpodobnosti přechodu do absorpčních stavů

U absorpčních řetězců zjišťujeme dále pravděpodobnosti přechodu do absorpčních stavů. Přechod ze stavů tranzientních do absorpčních může být uskutečněn přímo nebo může proběhnout přes řadu stavů tranzientních. Označíme-li pravděpodobnost přechodu z tranzientního stavu s_i do absorpčního stavu s_j jako b_{ij} , můžeme je vyjádřit vztahem

$$b_{ij} = p_{ij} + \sum_{s_k \in T} p_{ik} b_{kj},$$

kde p_{ij} značí přímý přechod do absorpčního stavu, druhý člen pak všechny možné přechody nepřímé. V maticové formě můžeme tyto pravděpodobnosti $B = [b_{ij}]$ vyjádřit vztahem

$$B = R + Q B$$

a po úpravě

$$B = (I - Q)^{-1} R = N R \quad (\text{Vztah 1.10})$$

Řádkové součty matice B , která vyjadřuje pravděpodobnosti přechodu ze stavů tranzientních do stavů absorpčních, jsou rovny jedné. Proces musí totiž po určité době skončit v jednom z absorpčních stavů.

V absorpčním řetězci nás mohou ještě zajímat pravděpodobnosti setrvání v systému tranzientních stavů. Pravděpodobnosti přechodu mezi tranzientními stavy můžeme v maticové formě vyjádřit vztahem.

$$H = (N - I) \hat{N}^{-1},$$

kde H je matice pravděpodobností přechodu mezi tranzientními stavy a \hat{N}^{-1} je inverzní matice fundamentální matice, obsahující pouze diagonální prvky.

Analýza Markovových řetězců pomocí vytvořujících funkcí

Významným analytickým prostředkem řešení úloh spojených s Markovovými řetězci jsou vytvořující funkce. Vytvořující funkce je diskretní analogie Laplaceovy transformace, poměrně často používané zejména v technických aplikacích.

Při rozboru Markovových řetězců často pracujeme s mocninami matic pravděpodobností přechodu, což je práce při větším rozměru matice dosti těžkopádná. Tomu se můžeme vyhnout použitím vytvořujících funkcí.

Použití vytvořujících funkcí spočívá v určení příslušné transformace (obrazu) k danému originálu (vzoru), ve vykonání příslušných operací v oboru transformované funkce a v provedení zpětné transformace za účelem získání řešení v původním oboru. Lze dokázat, že mezi původní funkcí a jejím obrazem existuje jednoznačná korespondence. V praktických aplikacích usnadňují využití vytvořujících funkcí slovníky transformací (tabulky typických funkcí a jejich transformací).

Definujeme vytvořující funkci k funkci $f(n)$, kde $n > 0$ takto:

$$F(z) = f(0) + f(1)z + f(2)z^2 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} f(n)z^n, |z| < 1. \quad (\text{Vztah 1.11})$$

O funkci $f(n)$ hovoříme jako o původní (transformované) funkci, $F(z)$ je funkcí vytvořující (obrazem funkce původní).

V našem zkoumání pak postačí pouze několik základních poznatků o původních funkcích a jim příslušných funkcích vytvořujících.

Je-li $f(n) = 1$, je $F(z) = 1/(1-z)$. Plyne to přímo z definice vytvořující funkce (1.11). Pro $f(n) = n$ je možno nalézt vytvořující funkci následujícím způsobem:

$$F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} nz^n = \sum_{n=0}^{\infty} nz^{n-1}z = \sum_{n=0}^{\infty} z \frac{d}{dz} z^n = z \frac{d}{dz} \sum_{n=0}^{\infty} z^n = z/(1-z)^2.$$

Pro $f(n) = a^n$, kde $|a| \leq 1$, je vytvořující funkce $f(z)$ ve tvaru:

$$F(z) = 1 + az + a^2z^2 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} a^n z^n = 1/(1-az).$$

Tyto i další funkce se obvykle uvádějí v tabulkách z-transformací. Při rozboru Markovových řetězců se nejčastěji vyskytují funkce uvedené v tabulce 1.2.

$f(n)$	$F(z)$
1	$1/(1-z)$
n	$z/(1-z)^2$
a^n	$1/(1-az)$
nan	$az/(1-az)^2$

Tabulka 1.2 Nejčastěji se vyskytující funkce při rozboru Markovových řetězců

Zdroj: KOŘENÁŘ, V. Stochastické procesy, 2002.

Pro analýzu Markovových řetězců má důležitý význam transformace vektorů a matic. Použijeme-li uvedené transformace na každý prvek vektoru či matice, provádíme tím transformaci celého vektoru či matice. Hovoříme pak o vytvořující funkci vektoru nebo matice. Vytvořující funkci vektoru $m(n)$ můžeme psát ve tvaru:

$$F(z) = m(0) + m(1)z + m(2)z^2 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} m(n)z^n.$$

Vytvořující funkce pro matici $M(n)$ je:

$$F(z) = M(0) + M(1)z + M(2)z^2 + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} M(n)z^n.$$

Pro maticovou funkci $M(n) = A^n$, kde A je čtvercová matice, platí:

$$\sum_{n=0}^{\infty} A^n z^n = I + Az + A^2 z^2 + \dots = (I - Az)^{-1}.$$

Inverzní matice $(I - Az)^{-1}$ je vyjádřena jako součet nekonečné geometrické řady. Pokud matice $(I - Az)$ je regulární, inverzní matice k matici $(I - Az)$ existuje. Pro $f(n) = nA^n$ platí transformace $F(z) = z(I - Az)^{-1}A(I - Az)^{-1}$.

Při řešení úloh spojených s Markovovými řetězci pomocí vytvořujících funkcí se často setkáváme se zlomky dvou typů:

$$\frac{1 - cz}{(1 - az)(1 - bz)} \quad \text{a} \quad \text{(Vztah 1.12)}$$

$$\frac{cz}{(1 - az)(1 - bz)} \quad \text{.} \quad \text{(Vztah 1.13)}$$

Zlomek (1.12) je možné rozložit pomocí metody neurčitých činitelů na součet dvou parciálních zlomků se jmenovateli $(1 - az)$ a $(1 - bz)$. Přitom se určí veličiny A , B , které vyhovují rovnici:

$$\frac{1 - cz}{(1 - az)(1 - bz)} = \frac{A}{(1 - az)} + \frac{B}{(1 - bz)}. \quad \text{(Vztah 1.14)}$$

Tuto rovnici je možno řešit porovnáním koeficientů při absolutních členech a při členech proměnné z . Po odstranění zlomků ve vztahu (1.12) dostaneme

$$1 - cz = A - Abz + B - Baz, \text{ a z toho:}$$

$$A + B = 1$$

$$Ab + Ba = c$$

Řešením této soustavy rovnic o neznámých A , B dostaneme:

$$\begin{aligned} A &= \frac{c-a}{b-a} \\ B &= \frac{b-c}{b-a} \end{aligned} \quad (\text{Vztah 1.15})$$

Řešením zlomku (1.13) podle obdobných úvah dostaneme:

$$\begin{aligned} A &= \frac{c}{a-b} \\ B &= \frac{-c}{a-b} \end{aligned} \quad (\text{Vztah 1.16})$$

Použijeme-li uvedené transformace na každý prvek vektoru či matice, provádíme tím transformaci celého vektoru či matice.

Při rozboru chování vektoru absolutních pravděpodobností $\mathbf{p}(n)$ vyjdeme z vytvořující funkce tohoto vektoru ve tvaru:

$$F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} p(n) z^n.$$

Pro vektor absolutních pravděpodobností platí:

$$p(n+1) = p(n)P.$$

Vytvořující funkci můžeme tedy vyjádřit ve formě:

$$\sum_{n=0}^{\infty} z^n p(n+1) = \sum_{n=0}^{\infty} z^n p(n)P. \quad (\text{Vztah 1.17})$$

Levou stranu rovnice (1.17) můžeme vyjádřit také ve tvaru:

$$\sum_{n=0}^{\infty} z^n p(n+1) = 1/z \left[\sum_{n+1=0}^{\infty} z^{n+1} p(n+1) - p(0) \right].$$

Výraz $\sum_{n+1=0}^{\infty} z^{n+1} p(n+1)$ je rovněž vytvořující funkcí $f(z)$.

Platí tedy:

$$1/z [F(z) - p(0)] = F(z)P,$$

odtud dostáváme pro $F(z)$:

$$F(z) = p(0)(1 - zP)^{-1}, \quad (\text{Vztah 1.18})$$

kde I je jednotková matice, $(I - zP)^{-1}$ je matice inverzní k matici $(I - zP)$. Ze vztahu (1.18) je zřejmé, že použitím vytvořující funkce se vyhneme umocňování matice P , což obvykle znamená úsporu numerických úkonů. Na druhé straně určitým problémem zůstává hledání inverzní matice $(I - zP)^{-1}$. Při hledání inverzní matice je možné například vyjít z definice:

$$A^{-1} = 1/\det A \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{n1} & A_{n2} & \dots & A_{nn} \end{vmatrix}, \quad (\text{Vztah 1.19})$$

kde A_{ij} je algebraický doplněk prvku a_{ij} , pro který platí $A_{ij} = (-1)^{i+j}M_{ij}$, kde M_{ij} je subdeterminant, který vznikne z determinantu A po vynechání i -tého řádku a j -tého sloupce (viz Kořenář, 2002).

2 Metodika práce

Pro splnění hlavního cíle této práce, tedy vytvoření modelu chování zákazníka pomocí diskrétních stochastických procesů a analýzu tohoto modelu, bylo v prvním kroku potřeba získat vhodná data. Vybraným nástrojem pro získání těchto dat byl pak marketingový výzkum. V dalším kroku jsem data analyzovala, provedla vyhodnocení získaných dat a vytvořila matici pravděpodobností přechodu, jež je vstupem pro simulaci chování spotřebitele pomocí Markovových řetězců. Nástrojem pro provedení této simulace je program SCILAB, který patří mezi počítačové algebraické systémy (CAS nástroje). Tato kapitola se zabývá metodikou od marketingového výzkumu, přes nástroje CAS po popis vybraného programu SCILAB.

2.1 Marketingový výzkum

Abych se mohla zabývat chováním spotřebitele na cílovém trhu a podrobit získaná data analýze pomocí Markovových řetězců, bylo potřeba vhodná data nejdříve získat. Jako cílovou skupinu jsem si zvolila vysokoškolské studenty a jako objekt zkoumání chování této skupiny spotřebitelů při volbě internetového vyhledávače. Pro získání vhodných vstupních dat do matice pravděpodobností přechodu bylo pak potřeba získat informaci o používaném internetovém vyhledávači ve dvou časech – v minulosti (čas $t-1$) a v současnosti (čas t). Jako vhodný nástroj pro získání potřebných dat jsem si zvolila marketingový výzkum (viz Foret, 2003). V této kapitole se budu zabývat zejména metodikou, kterou jsem použila při získávání těchto dat. Metodiku jsem si rozdělila do dvou fází: přípravné a realizační.

2.1.1 Přípravná fáze

V prvním kroku přípravné fáze jsem si stanovila **hlavní cíl** mého výzkumu. Tím bylo získání potřebných dat ve vhodné struktuře pro vytvoření matice pravděpodobností přechodu tak, abych mohla analyzovat chování vybrané skupiny spotřebitelů (vysokoškolských studentů) při rozhodování o výběru internetového vyhledávače.

Cílová skupina jsou tedy vysokoškolští studenti, konkrétně studenti Ekonomické fakulty VŠB-TU Ostrava (dále jen EkF VŠB-TUO). Tato skupina byla zvolena, protože se jedná o homogenní skupinu, která je pro mě velmi dostupná, nečekala jsem problémy při získávání potřebného vzorku dat. Zároveň se jedná o dostatečně velkou a významnou skupinu spotřebitelů, od které je možné získat zajímavá data o jejich chování při výběru internetového vyhledávače.

Data jsem se rozhodla získat **primárním výzkumem**. Jako **metodu sběru** dat jsem si zvolila **osobní dotazování**, **nástrojem** výzkumu byl krátký **dotazník**. Data získaná tímto dotazníkem jsem podrobila jak analýze pomocí Markovových řetězců, tak klasické marketingové analýze (zejména podle relativních veličin). Získané výsledky byly slovně i graficky analyzovány, pro vyhodnocení byl použit MS Excel a SCILAB. Jako **techniku** výběru vzorku jsem zvolila nereprezentativní výběr, techniku vhodného výběru s ohledem na cílový segment a strukturu vzorku podle pohlaví studentů. Analýzu Markovových řetězců jsem pak provedla jak pro celý vzorek, tak i zvlášť pro muže a ženy. Vytvořený dotazník a pomocná analýza získaných dat jsou součástí příloh.

Dalším důležitým krokem bylo rozhodnutí o **velikosti vzorku výběrového souboru**. Zde jsem si v první fázi zjistila počet studentů na EkF VŠB-TUO v rozdělení na muže a ženy. Informaci o počtech studentů jsem získala na studijním oddělení EkF VŠB-TUO. Následně jsem si určila celkový počet dotazníků (5 % ze základního souboru), které potřebuji získat a zpětně dopočítala počet mužů-studentů a žen-studentek, které v rámci výzkumu oslovím. Údaje o základním souboru a výběrovém souboru pak zachycují tabulky 2.1 a 2.2.

Celkem	5457
z toho muži	1543
z toho ženy	3914

Tabulka 2.1 - Základní soubor - počet studentů na EkF VŠB-TUO

Zdroj: Studijní oddělení EkF VŠB-TUO, 1. 4. 2009

Celkem	273
z toho muži	77
z toho ženy	196

Tabulka 2.2 – Výběrový soubor

Věřím, že se splněním plánované hodnoty vzorku studentů nebudu mít významné problémy. Dotazníky jsem rozdávala o přestávkách před přednáškami studentů EkF VŠB-TUO v přednáškových místnostech univerzity, konkrétně v místnostech A100, A325, B357,

C343 a E115. Předem jsem si zjistila⁴, jaké přednášky na místnostech probíhají tak, abych navštívila nejvíce obsazené přednášky⁵. Případné nesprávně vyplněné dotazníky byly vyřazeny.

2.1.2 Realizační fáze

Realizaci vlastního výzkumu jsem provedla ve dvou krocích. Nejdříve jsem realizovala **vlastní výzkum** a následně provedla samotné **zpracování získaných dat** a jejich úpravu pro vytvoření matice pravděpodobností přechodu, jako hlavního vstupu pro analýzu chování cílové skupiny pomocí stochastických procesů.

Jak již bylo výše zmíněno, distribuce dotazníků byla provedena o přestávkách mezi vyučovacími hodinami na přednáškových místnostech fakulty. I když dotazník obsahuje pouze 3 otázky a jeho vyplnění nezabere velké množství času, při samotném získávání dotazníků jsem se nezabývala tím, zda dodržím stanovený poměr mezi studenty a studentkami podle charakteristiky základního souboru. Dotazníky nebylo možné na místě počítat a rozdělovat na dvě skupiny podle pohlaví, protože jsem vždy měla méně než 10 minut na oslovení studentů, rozdání a zpětné sesbírání dotazníků tak, abych nenarušila chod nadcházející přednášky. Z tohoto důvodu jsem sesbírala větší počet dotazníků než bylo potřeba a posléze upravila jejich počet tak, aby odpovídal výběrovému souboru. Celkem bylo sesbíráno 316 dotazníků, které jsem řadila náhodně podle toho, jak rychle který student dotazník vyplnil. Pro samotné zpracování dat pak bylo použito prvních 196 dotazníků odevzdaných ženami-studentkami a 77 dotazníků odevzdaných muži-studenty podle stanoveného výběrového souboru.

Po získání potřebného počtu dotazníků jsem získaná data převedla do tabulky v MS Excel a zde je dále analyzovala. Provedla jsem základní marketingovou analýzu získaných dat zejména podle relativních veličin a vytvořila grafy, které lépe zachycují strukturu získaných dat. Tato analýza pak poskytla významné informace pro analýzu chování cílové skupiny. Analýza je součástí příloh.

⁴ Zdrojem informací o rozvrhu jednotlivých ročníků a studijních skupin na přednáškových místnostech EkF VŠB-TUO byl rozvrh hodin dostupný na <http://rozvrh.vsb.cz>.

⁵ Nejvíce navštěvované přednášky byly určeny na základě vlastních zkušeností.

Dále jsem pak seřadila získaná data tak, abych mohla vytvořit matici pravděpodobností přechodu. Bylo tedy nutné identifikovat všechny internetové vyhledávače, které respondenti uvedli, dále zjistit, kolik spotřebitelů tyto jednotlivé vyhledávače používá a jaké vyhledávače tito spotřebitelé používali v minulém období (v čase $t-1$). Jako hlavní časová jednotka byl v dotazníku stanoven 1 rok. Všechny tyto údaje pak byly převedeny na relativní četnosti používání vyhledávače a přechodů na jiný vyhledávač. Respondenti vždy uváděli ten vyhledávač, který v dané době nejčastěji používali. V případě, že uvedli více možností, byla jako platná odpověď brána alternativa uvedená na prvním místě. Mezi nejčastější odpovědi pak patřily vyhledávače Google, Centrum a Seznam⁶, ostatní uváděné vyhledávače byly zařazeny do kategorie Ostatní⁷.

Podrobný popis vytvoření matice pravděpodobností přechodu na základě získaných dat (pro celou cílovou skupinu a také zvlášť pro obě pohlaví, tedy studenty a studentky) je pak součástí kapitoly zabývající se návrhem a vytvořením stochastického modelu s využitím Markovových řetězců.

2.2 Modelování a simulace procesů v prostředí CAS

Pro analýzu chování zákazníka pomocí diskrétních stochastických procesů (Markovových řetězců) jsem vytvořila speciální znovupoužitelný algoritmus v programu SCILAB, který patří mezi nástroje označované jako CAS. Tento algoritmus mi umožní z matice pravděpodobností přechodu vypočítat limitní vektor obsahující limitní pravděpodobnosti přechodu zákazníka z jednoho stavu do druhého (v tomto případě pravděpodobnosti toho, zda spotřebitel bude během dalších období stále využívat stejný internetový vyhledávač, či dojde ke změně a pokud ano, pak jaký bude jeho nový vybraný vyhledávač). Druhá část algoritmu pak obsahuje výpočet matice středních dob prvního přechodu, tedy za jak dlouho dojde ke změně stavu. Tato matice mi pak pomůže analyzovat zejména loajalitu zákazníka.

⁶ Vyhledávače jsou dostupné na adresách www.google.com (event. www.google.cz), www.centrum.cz, www.seznam.cz.

⁷ Další uváděné internetové vyhledávače byly www.atlas.cz, www.yahoo.com.

2.2.1 Nástroje CAS

Zkratka CAS (z angličtiny: Computer algebra system) označuje speciální programy, které se v češtině obvykle nazývají počítačové algebraické systémy (běžněji se však používá anglické označení). Tyto programy se vyvinuly ze specializovaných matematických programových balíků pro superpočítače, dnes je však najdeme na osobních počítačích a dokonce i na některých typech vědeckých kalkulátorů.

Programy CAS umožňují provádět matematické výpočty na vysoké úrovni a doplňovat je kvalitními grafickými výstupy. Začátečník může CAS programy používat jako chytřejší kalkulačku nebo jako nástroj na tvorbu grafů, pokročilejší uživatel využije nástroje pro práci s vektory, maticemi, komplexními čísly nebo desítky či stovky dalších funkcí pro numerické nebo symbolické výpočty.

Většina programů CAS používá také svůj vlastní programovací jazyk. Pomocí tohoto jazyka se program ovládá a je v něm zapsána většina výpočtových metod a funkcí, které mohou uživatelé používat. Uživatel si také může další funkce a algoritmy do knihovny programu přidat a opakovaně je používat. Může si tak např. i modifikovat již existující algoritmus tak, aby lépe odpovídal jeho potřebám.

Tyto nástroje dnes umožňují technikům, ekonomům, programátorům, matematikům, statistikům a dalším pracovníkům s kvantitativními údaji rychle, efektivně a názorně zpracovávat data, aniž by se museli zdržovat rutinními výpočty. Dochází také k minimalizaci chyb, ke kterým při takových výpočtech může dojít.

Přesto se dnes programy CAS ještě tolik nepoužívají. Mezi hlavní důvody patří to, že tyto programy se zatím ještě nedostaly do povědomí běžných uživatelů počítačů. Mnohé uživatele také odrážejí obavy, že by program nezvládli. Ve skutečnosti není ovládání programů CAS o moc složitější než používání kalkulátoru střední třídy. Většímu rozšíření CAS programů také bránila jejich donedávna vysoká cena. Nebylo výjimkou, když jednouživatelská instalace takového programu stála více než osobní automobil střední třídy.

V poslední době se však situace změnila, objevily se CAS programy, které jsou svými funkcemi srovnatelné s profesionálními a drahými značkovými produkty, na rozdíl od nich jsou však dostupné zdarma jako tzv. freeware nebo open source software⁸.

V současné době se můžeme setkat se dvěma hlavními skupinami CAS programů:

- programy převážně určené pro **numerické výpočty** – do této skupiny patří například komerční program Matlab nebo free programy Scilab, Octave nebo RLab;
- programy převážně určené pro **symbolické výpočty** – do této skupiny řadíme komerční programy Mathematica a Maple, z free programů především program Maxima.

Programy pro numerické výpočty jsou založeny na rychlých a efektivních algoritmech pro číselné výpočty. Tyto programy počítají s čísly s vysokou přesností (mnohem vyšší než nejpřesnější kalkulátory), přitom rychlost výpočtu je také vysoká. Programy pro symbolické výpočty jsou založeny na jiné koncepci. Jejich hlavní předností je možnost úprav algebraických výrazů ještě předtím, než do nich dosadíme za proměnné konkrétní čísla. Tím se opět zvyšuje přesnost dosažených výpočtů.

Ve skutečnosti většina počítačových algebraických systémů obsahuje nástroje a funkce z obou uvedených skupin (viz <http://wikipedia.cz>).

2.2.2 SCILAB

SCILAB je volně šiřitelný program (open source) pro numerické výpočty podobný systému MATLAB. Program byl vytvořen francouzskými vědeckými institucemi INRIA (The French

⁸ **Freeware** je software, který je distribuován bezplatně (či za symbolickou odměnu typu posláním pohlednice, mnohdy autor umožňuje, ale nevyžaduje, v případě spokojenosti zaslání finančního daru). Autor si u freeware zpravidla ponechává autorská práva, například nedovoluje program upravovat nebo omezuje použití zdarma jen pro nekomerční či osobní potřebu.

Open source je počítačový software s otevřeným zdrojovým kódem. Otevřenost zde znamená jak technickou dostupnost kódu, tak legální dostupnost - licenci software, která umožňuje, při dodržení jistých podmínek, uživatelům zdrojový kód využívat, například prohlížet a upravovat.

Zdroj: <http://wikipedia.cz>

National Institute for Research in Computer Science and Control) a ENPC (École Nationale des Ponts et Chaussées). Představuje výkonné interaktivní prostředí pro vědecké výpočty. Program může sloužit jako pomůcka při výuce matematiky, statistiky a dalších předmětů na středních a vysokých školách, ale také jako nástroj pro průmysl, vývoj a výzkum.



Obrázek 2.1 - Logo programu SCILAB

Program SCILAB je integrované výpočetní prostředí, s jehož pomocí lze provádět zejména matematické výpočty, modelování a simulace, analýzu a vizualizaci dat, vědecko inženýrskou grafiku, měření údajů a řízení procesů a vývoj algoritmů a programování.

SCILAB se skládá s těchto komponent:

1. pracovní prostředí SCILAB,
2. programovací jazyk,
3. grafický subsystém,
4. knihovny matematických nástrojů a funkcí,
5. rozhraní pro vývoj aplikací v jiných jazycích (Fortran, C/C++, Java).

Kromě těchto základních komponent lze program SCILAB rozšířit o další volitelné subsystémy, např. další specializované knihovny funkcí pro různé aplikace.

Program si lze pořídit bezplatným stažením z internetu⁹. Existuje několik typů instalačních souborů pro různé operační systémy (SCILAB byl původně vyvíjen pro Linux). Na webových stránkách programu SCILAB lze také najít dokumentaci k programu v angličtině a dalších jazycích¹⁰.

⁹ Nejvíce spolehlivým zdrojem jsou webové stránky programu SCILAB na adrese <http://www.scilab.org>.

¹⁰ Neoficiální manuál programu SCILAB v češtině lze nalézt např. na <http://scilab.ic.cz>.

2.2.3 Tvorba modelu v programu SCILAB

Marketingovým výzkumem jsem získala data pro sestavení matice pravděpodobností přechodu, která je vstupem pro výpočet vektoru limitních pravděpodobností přechodu a následně matice středních dob prvního přechodu pomocí metody Markovových řetězců.

Celý výpočet bude proveden v CAS programu SCILAB (viz Urroz, 2001). Základním matematickým prostředkem pro výpočet a vytvoření modelu je maticová algebra. Protože však budu celý výpočet aplikovat na tři vstupní matice, rozhodla jsem se vytvořit speciální znovupoužitelný algoritmus, který mohu opakovaně použít, a to nejen při řešení hlavního cíle této práce, ale také v případě řešení jiného problému pomocí Markovových řetězců.

Vytvořený algoritmus obsahuje celkem tři části. Část obsahující kontrolní prvky pro vstupní data, výpočet limitního vektoru a výpočet matice středních dob prvního přechodu. Podrobný popis jednotlivých částí algoritmu popisuje následující kapitola. Algoritmus je také součástí příloh (kód algoritmu jako příloha 3, soubor „Mrezetce.sce“ obsahující algoritmus jako součást CD přiloženého k této práci).

3 Návrh a vytvoření stochastického modelu s využitím Markovových řetězců

Vytvoření stochastického modelu s využitím Markovových řetězců a jeho použití pro analýzu chování spotřebitele při výběru internetového vyhledávače je nejdůležitější částí této práce. Vstupem do výpočtu modelu je matice pravděpodobností přechodu, která byla získána marketingovým výzkumem realizovaným na vybraném vzorku spotřebitelů. Výstupem celého výpočtu je pak limitní vektor pravděpodobností přechodu a fundamentální matice středních dob prvního přechodu, které popisují chování spotřebitele při výběru internetového vyhledávače.

Samotný výpočet je pak realizován v programu SCILAB, který patří mezi nástroje CAS. Pro potřeby výpočtu stochastického modelu byl v tomto programu vytvořen speciální znovupoužitelný algoritmus, který po zadání vstupní matice vypočítá požadované výstupy a vypíše je uživateli na obrazovku.

3.1 Sestavení matice pravděpodobností přechodu

Na základě dat získaných marketingovým výzkumem jsem vytvořila tři matice pravděpodobností přechodu (pro celý vzorek a pak pro obě pohlaví). Postup získání jednotlivých řádků matice byl následující:

1. Seřazení všech výsledků výzkumu podle internetového vyhledávače nejvíce používaného v minulosti (čas $t-1$).
2. Výběr jednoho z internetových vyhledávačů (např. Centrum) a sečtení absolutních četností setrvání v používání vybraného vyhledávače či přechodu na jiný internetový vyhledávač v přítomnosti (čas t).
3. Vyjádření získaných výsledků v relativních četnostech (řádkové součty matice se musí rovnat jedné).

Tento postup jsem pak opakovala pro všechny řádky tak, abych získala výslednou matici pravděpodobností přechodu.

	Centrum	Google	Seznam	Ostatní
Centrum	70,6	23,5	5,9	0,0
Google	1,8	86,8	10,5	0,9
Seznam	2,9	32,9	64,3	0,0
Ostatní	0,0	0,0	50,0	50,0

Tabulka 3.1 - Matice pravděpodobností přechodu pro celý vzorek

Stejně jsem pak získala i matice pravděpodobností přechodu pro muže a ženy. Protože jsem ale zjistila, že muži uváděli v čase t a v čase $t-1$ pouze vyhledávače Centrum, Google a Seznam, řádek a sloupec pro ostatní vyhledávače by zůstal nulový, tedy nadbytečný. Proto je matice pravděpodobností přechodu pro muže pouze třetího řádu.

	Centrum	Google	Seznam	Ostatní
Centrum	55,6	33,3	11,1	0,0
Google	1,4	83,6	13,7	1,4
Seznam	1,8	33,0	65,2	0,0
Ostatní	0,0	0,0	50,0	50,0

Tabulka 3.2 - Matice pravděpodobností přechodu pro ženy

	Centrum	Google	Seznam
Centrum	87,5	12,5	0,0
Google	2,4	92,7	4,9
Seznam	7,1	32,1	60,7

Tabulka 3.3 - Matice pravděpodobností přechodu pro muže

Abych se co nejvíce vyhnula zaokrouhlování a získané výsledky byly co nejvíce přesné, bylo potřeba také vstupní matici zadat do vytvořeného algoritmu co nejpřesněji.

Zvolila jsem tedy možnost čísla nezaokrouhlovat a vyjádřit jednotlivé pravděpodobnosti přechodu pomocí zlomků. Získala jsem tak následující tři vstupní matice.

Matice pravděpodobnosti přechodu pro celý vzorek

$$P_{\text{celý vzorek}} = \begin{vmatrix} \frac{12}{17} & \frac{4}{99} & \frac{1}{12} & 0 \\ \frac{2}{114} & \frac{114}{114} & \frac{12}{114} & \frac{1}{114} \\ \frac{4}{141} & \frac{46}{141} & \frac{90}{141} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{vmatrix}$$

Matice pravděpodobnosti přechodu pro ženy

$$P_{\text{ženy}} = \begin{vmatrix} \frac{5}{9} & \frac{3}{9} & \frac{1}{9} & 0 \\ \frac{1}{73} & \frac{61}{73} & \frac{10}{73} & \frac{1}{73} \\ \frac{2}{112} & \frac{37}{112} & \frac{73}{112} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{vmatrix}$$

Matice pravděpodobnosti přechodu pro muže

$$P_{\text{muži}} = \begin{vmatrix} \frac{7}{8} & \frac{1}{8} & 0 \\ \frac{1}{41} & \frac{38}{41} & \frac{2}{41} \\ \frac{2}{28} & \frac{9}{28} & \frac{17}{28} \end{vmatrix}$$

Tyto matice pak byly vstupními daty do vytvořeného algoritmu pro analýzu chování zákazníka pomocí Markovových řetězců. Matice je nutné do algoritmu zadat ve speciálním tvaru, který se používá pro matice v programu SCILAB.

Matice pravděpodobnosti přechodu pro celý vzorek

$$P = [12/17 \ 4/17 \ 1/17 \ 0; 2/114 \ 99/114 \ 12/114 \ 1/114; 4/141 \ 46/141 \ 90/141 \ 0; 0 \ 0 \ 1/2 \ 1/2]$$

Matice pravděpodobnosti přechodu pro ženy

$$P = [5/9 \ 3/9 \ 1/9 \ 0; 1/73 \ 61/73 \ 10/73 \ 1/73; 2/112 \ 37/112 \ 73/112 \ 0; 0 \ 0 \ 1/2 \ 1/2]$$

Matice pravděpodobnosti přechodu pro muže

$P = \begin{bmatrix} 7/8 & 1/8 & 0 \\ 1/41 & 38/41 & 2/41 \\ 2/28 & 9/28 & 17/28 \end{bmatrix}$

Všechny vstupní matice pak musely splňovat základní kritéria, která vyplývají z povahy vzniku těchto matic.

- Matice jsou čtvercové.
- Řádkové součty matic = 1.

Obě tato kritéria jsou pak součástí kontrolních mechanismů algoritmu pro výpočet modelu v programu SCILAB tak, aby nebylo možné jako vstup vložit matici v nevhodném tvaru.

3.2 Algoritmus výpočtu modelu v programu SCILAB

Pro výpočet modelu chování zákazníků pomocí Markovových řetězců jsem vytvořila znovupoužitelný algoritmus v programu SCILAB, který umožňuje po zadání matice pravděpodobností přechodu výpočet limitního vektoru a matice středních dob prvního přechodu. Algoritmus mohu použít nejen pro všechny tři vstupní matice v této práci, ale také pro výpočet jiných problémů metodou Markovových řetězců v budoucnu.

Algoritmus se skládá ze 3 hlavních částí:

- Kontrolní mechanismus pro vstupní matici.
- Algoritmus pro výpočet limitního vektoru pravděpodobností přechodu.
- Algoritmus pro výpočet fundamentální matice středních dob prvního přechodu.

Hlavním úkolem kontrolního mechanismu na začátku algoritmu je ověřit správnost zadané matice, která musí splňovat dvě základní podmínky vyplývající ze samotné povahy matice pravděpodobností přechodu. Matice musí být čtvercová a řádkové součty se musí rovnat jedné. Obě tyto podmínky pak musí platit zároveň.

Problém s kontrolou těchto podmínek jsem vyřešila pomocí cyklů, ve SCILABu zadávaných pomocí příkazu „while...end“. První cyklus testuje, zda se počet řádků zadané matice rovná počtu sloupců. Tedy zda je zadaná matice čtvercová. V případě, že je zadána špatná matice, vyzve algoritmus uživatele pro vložení nové matice a celý kontrolní mechanismus proběhne znovu.

Stejným způsobem (pomocí cyklů) je kontrolována i podmínka řádkových součtů matice. Nejdříve je vytvořen řádkový součet pro první řádek matice a ten je pak porovnáván s číslem jedna (s povolenou odchylkou 0,01). Odchylka je nastavena zejména z toho důvodu, aby při zadávání matice se zaokrouhlenými čísly (ne pomocí zlomků) nevznikly zbytečné komplikace. Např. proto, že by program tuto matici označil za nevhodnou pro výpočet, protože její řádkové součty nejsou rovny jedné. I když je určitá přesnost nutná, není zcela nezbytná, protože konečný výsledek ovlivní nepatrně nepřesná (v rámci definované odchylky) vstupní data tak málo, že je můžeme považovat za správná. Pokud algoritmus vrátí výsledek „pravda“ pro všechny řádky matice, pokračuje algoritmus ve výpočtu limitního vektoru. Pokud zadaná matice nemá řádkové součty jedna, je uživatel o tomto zjištění informován (vč. informace, který řádek není roven jedné) a je vyzván k zadání nové matice. Také zde se pak kontrolní mechanismus opakuje znovu od začátku (vč. první podmínky).

Kód kontrolního mechanismu algoritmu pro SCILAB

```
podminka1=0;
podminka2=0;
//Testovani spravnosti zadane matice P
while podminka1==0 & podminka2==0;
    x=size(P, "r");
    y=size(P, "c");
    while x<>y;
        P=input ('Zadana matice neni ctvercova, prosim zadejte matici v
        pozadovanem tvaru (P[]):\n');
        x=size(P, "r");
        y=size(P, "c");
    end
    podminka1=1;
    sumP=sum(P, 2);
    x=1;
    y=rank(P);
    while x<(y+1);
        while abs(sumP(x)-1)>0.01;
            printf("Soucet radku %0.0f vstupni matice P neni roven jedne.\n", x);
            P=input ('Zadejte matici P[]:\n');
            sumP=sum(P, 2);
        end
        x=x+1;
    end
    podminka2=1;
end
//Testovani spravnosti zadane matice P uspesne dokonceno
```

Pokud jsou obě podmínky splněny, tedy pro obě platí výsledek „pravda“, pokračuje algoritmus ve výpočtu limitního vektoru.

Druhou část algoritmu tvoří výpočet limitního vektoru pravděpodobností přechodu. Algoritmus vychází z postupu pro výpočet limitního vektoru, který je popsán v první kapitole této práce s ohledem na to, aby bylo možno jako vstup do algoritmu dosadit libovolně velkou matici. Algoritmus tedy funguje stejně pro čtvercovou matici řádu 2 i pro matice vyšších řádů. Při výpočtu je ve většině případů použito standardní značení matic a vektorů. Kromě toho však pro potřeby výpočtu vzniklo i několik pomocných matic. Uživatel algoritmu však nemusí značení ani postup pro výpočet limitního vektoru znát, stačí si po spuštění algoritmu najít výsledek označený popiskem „Výsledný limitní (stacionární) vektor je:“. Zde bych pak chtěla upozornit na skutečnost, že v popiscích použitých v algoritmu není záměrně použita diakritika, protože program SCILAB si s háčky a čárkami neumí poradit.

Kód části algoritmu pro výpočet limitního vektoru pravděpodobností přechodu

```
// Vypocet limitniho vektoru:
P2=P';
n=rank(P2);
P3=P2;
x=1;
while x<n;
    P3(x,x)=P2(x,x)-1;
    x=x+1;
end
b=linspace(0,0,n);
b2=b';
b2($,1)=1;
x=1;
P4=P3;
x=1;
while x<(n);
    P4(n,x)=P3(n,x)+1;
    x=x+1;
end
// -----
// Vysledny limitni (stacionarni) vektor je:
A=inv(P4)*b2
```

Poslední část algoritmu pro výpočet modelu chování spotřebitele při využití Markovových řetězců je výpočet fundamentální matice středních dob prvního přechodu. Kód algoritmu je již trochu složitější zejména z toho důvodu, že bylo nutné přizpůsobit výpočet jakkoli velké čtvercové matici (která se tvoří z limitního vektoru pravděpodobností přechodu). Výpočet tedy obsahuje několik cyklů. Výstupem výpočtu je pak fundamentální matice M středních dob prvního přechodu. Také zde není nutné, aby uživatel algoritmu znal výpočet či značení jednotlivých matic a vektorů. Pro zjištění matice středních dob prvního přechodu si stačí najít výstup takto označený.

Kód části algoritmu pro výpočet matice středních dob prvního přechodu

```
// Vypocet fundamentalni matice regularniho retezce:
vektorA=A';
maticeA=zeros(n,n);
x=1;
while x<(n+1);
maticeA(x,1:n)=vektorA(1,x);
    x=x+1;
end
maticeA2=maticeA';
I=eye(n,n);
Z=inv(I-(P-maticeA2));
E=ones(n,n);
Zs=zeros(n,n);
x=1;
while x<(n+1);
    Zs(x,x)=Z(x,x);
    x=x+1;
end
Ms=zeros(n,n);
x=1;
while x<(n+1);
    Ms(x,x)=1/(A(x));
    x=x+1;
end
M=(I-Z+E*Zs)*Ms;
// -----
// Matice M strednich dob prveho prechodu do stavu s (zachycuje odchylky od
// limitni matice A):
M
```

Jak již zde bylo několikrát naznačeno, vytvořený algoritmus lze použít i v jiných případech modelování zákaznického chování s využitím Markovových řetězců. Stačí si pouze algoritmus v programu SCILAB spustit a zadat vstupní matici pravděpodobností přechodu. Aby uživatel, který by algoritmus chtěl využít, nemusel studovat uživatelskou příručku programu SCILAB, uvádím zde krátký postup od instalace samotného programu SCILAB až po spuštění uvedeného algoritmu.

1. Nainstalujte si program SCILAB (instalační soubor je součástí přílohy, nebo možné stáhnout na www.scilab.org).
2. Spusťte program SCILAB (instalace vytvoří zástupce na ploše počítače).
3. Uložte soubor „Mretezce.sce“ obsahující algoritmus pro výpočet modelu chování zákazníka s využitím Markovových řetězců např. na plochu počítače (soubor je součástí příloh).

4. V programu SCILAB zvolte jako výchozí adresář, ze kterého se spouští vytvořené skripty a funkce podle toho, kde máte uložen soubor „Mretezce.sce“. Postup pro volbu výchozího adresáře je následující: Menu – File – Change current directory... V našem případě zde zvolte jako výchozí adresář plochu počítače.
5. V programu SCILAB napište příkaz **exec ("Mretezce.sce")** a potvrďte pomocí klávesy Enter.
6. Zadejte vstupní matici pravděpodobností přechodu. Matice musí být v hranatých závorkách. Hodnoty v řádku matice se oddělují mezerou, sloupce se oddělují středníkem. Používá se desetinná tečka. Příklad zápisu vstupní matice pro program SCILAB: [0.1 0.2 0.7; 0.5 0.5 0; 0.3 0.3 0.4].

3.3 Limitní vektor a fundamentální matice středních dob prvního přechodu

Po proběhnutí celého výpočtu v programu SCILAB jsem získala požadované výstupy, tedy limitní vektor pravděpodobností přechodu a fundamentální matici středních dob prvního přechodu.

Limitní vektor pravděpodobností přechodu zachycuje pravděpodobnou konečnou volbu internetového vyhledávače spotřebitelem. Tedy jaké bude konečné rozdělení všech spotřebitelů mezi jednotlivé internetové vyhledávače. Matice středních dob prvního přechodu pak ukazuje doby přechodu mezi jednotlivými stavy. Protože je základní časovou jednotkou definovanou při získávání dat jeden rok, zachycuje tato matice počet let přechodu spotřebitelů mezi jednotlivými stavy.

Celkem jsem získala tři verze výsledků pro tři vstupní matice pravděpodobností přechodu. Konkrétní výsledky a jejich podrobná analýza je součástí následující kapitoly.

4 Analýza chování modelu a zhodnocení vypočtených parametrů

Získaný model chování zákazníka zachycuje změny rozhodování při volbě oblíbeného internetového vyhledávače vzhledem k minulému období. Jsou definovány dvě časové období. Časové období 1 rok zpátky (zde definované jako minulost, nebo čas $t-1$) a současnost (zde definované jako čas t). Analyzovaným zákazníkem je vysokoškolský student. Zvoleným produktem je internetový vyhledávač.

Výsledné chování modelu a tedy i chování zákazníka definují dva výstupy modelu: limitní vektor pravděpodobností přechodu a fundamentální matice středních dob prvního přechodu. Analýza je provedena jak z pohledu celé cílové skupiny, tak i při dělení na muže a ženy. Jako pomocná pak slouží data získaná marketingovou analýzou dat získaných marketingovým výzkumem. Tyto výsledky jsou součástí přílohy 2.

Celkové výsledky pro cílovou skupinu spotřebitelů ukazují poměrně vysokou věrnost cílové skupiny při volbě internetového vyhledávače (vyšší, než jsem u této cílové skupiny sama očekávala). Pouze 26 % všech spotřebitelů změnilo během jednoho roku svůj oblíbený vyhledávač. Pokud se ale na získané výsledky podíváme více z blízka, zjistíme, že jsou mnohem zajímavější, než se na první pohled může zdát.

Celkově totiž došlo k přesunu spotřebitelů k vyhledávači Google, který si polepšil o 13 procentních bodů. Během jednoho roku k němu přešlo 24 % uživatelů vyhledávače Centrum a 33 % uživatelů vyhledávače Seznam. Také bylo zjištěno, že uživatelé Google jsou nejvíce stálí, pouze 13 % spotřebitelů přešlo k jinému vyhledávači. Celkově druhou nejsilnější pozici si drží vyhledávač Seznam, jehož celkový podíl na trhu však klesl o 13 procentních bodů. Nejvíce nových uživatelů vyhledávače Seznam pak v minulosti využívali Yahoo nebo Atlas. Významnou skupinou jsou také někteří uživatelé Google (11%), kteří označili v čase t jako svůj oblíbený vyhledávač Seznam. Na třetí pozici je pak vyhledávač Centum, který si svou pozici mírně polepšil (o 1 procentní bod), stále je však velmi vzdálený pozici vyhledávačů Seznam a Google, kteří dohromady ovládají přes 90 % trhu.

Výše uvedeným závěrům pak odpovídá i limitní vektor pravděpodobností přechodu pro celou cílovou skupinu, který zachycuje pravděpodobné konečné rozdělení trhu internetových vyhledávačů u cílové skupiny. Jak můžete vidět, Google posílil ještě více svou

pozici a ovládá téměř 70 % trhu, následovaný vyhledávačem Seznam (23 % trhu). Ostatní vyhledávače pak zabírají zbylých 7 % trhu.

Centrum	0,063
Google	0,690
Seznam	0,232
Ostatní	0,015

Tabulka 4.1 - Limitní vektor pravděpodobností přechodu pro celou cílovou skupinu

Získané závěry podporuje také matice středních dob prvního přechodu pro celou cílovou skupinu. Protože byl základním časovým obdobím ve výzkumu jeden rok, zachycuje tato matice průměrné doby přechodu pro cílovou skupinu v letech. Na výsledky v matici se lze dívat dvěma způsoby.

Pokud se budeme dívat na výsledky v matici po sloupcích, můžeme zkoumat, jak rychle dojde k přechodu k danému vyhledávači, tedy jestli poroste jeho podíl na trhu. Čím nižší čísla, tím nižší doba přechodu na daný vyhledávač. Viditelně nejkratší doby přechodu jsou pro vyhledávač Google a Seznam. Tento výsledek se doplňuje s výsledky získanými limitním vektorem pravděpodobností přechodu a vysvětluje, proč Google a Seznam mají tak velký a poměrně stabilní podíl na trhu. Protože jsou však časy u vyhledávače Seznam mírně vyšší než u Google, roste podíl na trhu Google více. Navíc doba přechodu z Google na Seznam je 3x delší než naopak. Spotřebitelé tedy sice mezi jednotlivými vyhledávači přecházejí, Google si však stále zlepšuje svou pozici na trhu. Naopak u vyhledávače Centrum můžeme vidět daleko horší výsledky (desítky let). Centrum si tedy sice drží svou pozici na trhu, ale jeho podíl je malý a nemá tendence k růstu. Ještě horší výsledky jsou pak u ostatních vyhledávačů (Yahoo, Atlas), kdy doby přechodu jsou většinou přes sto let.

Pokud se budeme dívat na výsledky v matici po řádcích, můžeme zkoumat věrnost zákazníka daného vyhledávače. Tady naopak platí, že čím vyšší čísla, tím vyšší doba přechodu na konkurenční vyhledávač. Zde již nejsou výsledky tak jednoznačné. Můžeme například vidět, že zákazníci Centrum a Seznam nejčastěji přechází na vyhledávač Google, naopak zákazníci Google a ostatních vyhledávačů nejčastěji mění svoje preference ve prospěch Seznamu.

	Centrum	Google	Seznam	Ostatní
Centrum	15,7	4,0	10,6	129,0
Google	50,3	1,4	9,1	125,8
Seznam	49,1	3,1	4,3	128,2
Ostatní	51,1	5,1	2,0	64,9

Tabulka 4.2 - Matice středních dob prvního přechodu pro celou cílovou skupinu

Celkově pak lze říci, že zákazníci Google jsou nejvíce věrní a méně svůj oblíbený vyhledávač nejméně často oproti zákazníkům jiných vyhledávačů. Tomuto odpovídá i pravděpodobný konečný podíl na trhu a krátké doby přechodu na tento vyhledávač. Celkové druhé místo si pak drží Seznam, který spolu s Google tvoří přes 90 % trhu. Poměrně stabilní, ale malý podíl na trhu si drží také Centrum, následovaný ostatními vyhledávači. Volba internetového vyhledávače vykazuje u cílové skupiny spíše stereotypní chování při rozhodování.

Nyní se zaměřím na výsledky získané pro jednotlivá pohlaví. Již při první analýze získaných dat marketingovým výzkumem bylo zřejmé, že výsledky se nebudou příliš lišit od celkových výsledků. Některé rozdíly však mohou být velmi zajímavé. Zaměřím se tedy zejména na ně.

Celkově lze říci, že muži-studenti jsou více konzervativní při změně internetového vyhledávače než ženy-studentky. Celkem během jednoho roku změnilo internetový vyhledávač 19 % mužů, naopak u žen to bylo 29 %. Tento rozdíl byl nejvíce ovlivněn změnou u uživatelů Centrum, kdy pouze 56 % žen nevyměnilo tento vyhledávač za jiný, u mužů to bylo 88%. Již menší rozdíly byly u ostatních vyhledávačů. Vyhledávač Google nezměnilo 84 % žen a 93 % mužů, Seznam 65 % žen a 61 % mužů. Růst oblíbenosti Google je tedy z pohledu pohlaví způsoben zejména velkou loajálností mužů a poměrně velkým přechodem žen od jiných vyhledávačů. Celkem 33 % uživatelek Seznam a Centrum přešlo na Google a 15 % uživatelek Google přešlo na Seznam nebo Centrum. Naopak 22 % uživatelů přešlo na Google a odešlo 7 %.

Výsledky vyhledávače Seznam ukazují na zajímavou skutečnost. V minulosti byl Seznam u žen nejoblíbenějším internetovým vyhledávačem (56 %), Google byl na druhém

místě (37 %). Postupně se sice Google dostal na první místo, ale Seznam u žen zaujímá stále velmi silnou pozici (43 % všech uživatelů v současnosti). U mužů se pak objevuje výrazně větší užívání vyhledávače Centrum než u žen. Tento vyhledávač si dokonce podle výsledků výzkumu polepšil a velikost jeho tržního podílu u mužů vzrostla z 10 % na 13 %.

Tyto závěry zachycují i limitní vektory pravděpodobností přechodu pro obě pohlaví, kde je rozdíl u vyhledávače Centrum a Seznam dobře patrný. Podle modelu bude konečné rozdělení zákazníků mezi jednotlivé vyhledávače sice stejné jako u výsledků za celou cílovou skupinu, dobře viditelné jsou ale rozdíly mezi volbou obou pohlaví. Muži oproti ženám více preferují Google, čímž zvyšují jeho celkový tržní podíl. Naopak ženy mnohem více preferují vyhledávač Seznam než muži (29 % žen oproti 9 % mužů). Velký rozdíl je i u vyhledávače Centrum, který preferují více muži (19 % mužů oproti 3 % žen). Protože ale cílovou skupinu tvoří ze 72 % ženy, ovlivňují jejich volby více konečnou strukturu trhu internetových vyhledávačů než volby mužů. Celkové výsledky se tedy více blíží výsledkům za ženy.

Centrum	0,032
Google	0,656
Seznam	0,294
Ostatní	0,018

Tabulka 4.3 - Limitní vektor pravděpodobností přechodu pro ženy

Centrum	0,192
Google	0,719
Seznam	0,089

Tabulka 4.4 - Limitní vektor pravděpodobností přechodu pro muže

Rozdíly mezi odpověďmi mužů a žen zachycují také fundamentální matice středních dob prvního přechodu. Tyto rozdíly podporují výše uvedenou analýzu chování zákazníka při volbě internetového vyhledávače podle pohlaví. Nejmenší čísla, tedy nejrychlejší přechod, jsou opět u vyhledávače Google, a to u obou pohlaví. Ženy vykazují obdobné chování jako celá cílová skupina. Důvodem je, jak již bylo zmíněno, to, že ženy tvoří téměř $\frac{3}{4}$ cílové skupiny. Jejich volby pak ovlivňují výsledky více než volby mužů. Tedy nejrychlejší přechod vykazují vyhledávače Google a Seznam. Následuje Centrum a ostatní vyhledávače.

U mužů je situace jiná. Sice také nejrychlejší přechody vykazuje Google, ale přechody na Seznam a Centrum jsou již poměrně odlišné od výsledků žen. To odpovídá celkovým výsledkům chování mužů při volbě internetového vyhledávače. Muži mnohem více využívají Centrum než ženy a také mnohem méně mění Centrum na jiný vyhledávač. Vývoj využívání vyhledávače Centrum tedy vede k tomu, že muži budou na Centrum stále více přecházet, zároveň nebudou příliš odcházet. To v konečném důsledku způsobí, že tržní podíl vyhledávače Centrum bude vyšší než Seznam. Stejný závěr potvrzuje i limitní vektor pravděpodobností přechodu pro muže.

	Centrum	Google	Seznam	Ostatní
Centrum	31,2	3,0	7,4	109,3
Google	68,1	1,5	6,9	106,3
Seznam	67,5	3,0	3,4	109,3
Ostatní	69,5	5,0	2,0	55,6

Tabulka 4.5 - Matice středních dob prvního přechodu pro ženy

	Centrum	Google	Seznam
Centrum	5,2	8,0	32,5
Google	33,8	1,4	24,5
Seznam	30,2	4,0	11,2

Tabulka 4.6 - Matice středních dob prvního přechodu pro muže

Při analýze modelu chování zákazníka při volbě internetového vyhledávače podle pohlaví byly zjištěny významné rozdíly, které způsobuje rozdílné chování mužů-studentů a žen-studentek. Nejoblíbenějším vyhledávačem je u obou pohlaví Google, u mužů je však používanější, což je způsobeno nejen jeho větší oblíbeností, ale také vyšším stupněm stereotypního chování mužů. Ti mnohem méně než ženy mění svůj oblíbený vyhledávač.

Rozdíly byly zjištěny také u celkové struktury pravděpodobného rozdělení tržních podílů internetových vyhledávačů. Kromě Google ženy více preferují Seznam a muži

Centrum, což je způsobeno nejen jejich používaností, ale i nízkou dobou prvního přechodu na jiný vyhledávač. Míra přechodu žen od vyhledávače Centrum k jiným alternativám byla zjištěna ve výši 44 % uživatelů Centrum a mužů od vyhledávače Seznam 39 % uživatelů.

Zde bych znovu ráda připomenula charakteristiku cílové skupiny, kterou tvoří studenti vysoké školy. Konkrétně byl vybrán vzorek studentů studujících na Ekonomické fakultě VŠB-TU Ostrava. Tato skutečnost ovlivňuje celkové získané výsledky a při jejich interpretaci je nutné mít ji na paměti. Věřím, že kdyby byla výzkumem zjišťována oblíbenost internetového vyhledávače u studentů jiných oborů (např. studentů jazyků nebo studentů informatiky), byly by vstupní matice odlišné, tedy i konečné výsledky by se lišily. Pokud bychom chtěli zjistit chování vysokoškolských studentů obecně při volbě internetového vyhledávače, bylo by nutné realizovat výzkum s širším vzorkem respondentů-studentů z více typů studijních oborů. V takovém případě by bylo možné použít již vytvořený algoritmus pro výpočet modelu chování zákazníka pomocí Markovových řetězců.

5 Návrhy a doporučení

Hlavním cílem této práce bylo analyzovat chování zákazníka pomocí stochastických procesů s využitím metody Markovových řetězců, což je součástí zejména předcházející kapitoly. Nyní se pokusím sestavit návrhy a doporučení pro další využití získaných poznatků a výsledků, včetně návrhu, jak s nimi dále pracovat, event. jak analýzu chování zákazníka na vybraném trhu dále rozšířit.

Získané výsledky analýzy chování zákazníka při volbě internetového vyhledávače jsou ovlivněny vybranou cílovou skupinou – studenty vysoké školy, konkrétně EkF VŠB-TUO. Při tvorbě marketingové strategie zaměřené na tuto cílovou skupinu by měl provozovatel internetového vyhledávače tyto výsledky akceptovat a pracovat s nimi. Studenti vysokých škol jsou významnou skupinou zákazníků nejen internetových vyhledávačů, ale i dalších služeb internetu. Tito mladí lidé si během svého studia často tvoří své zvyklosti a jsou více nakloněni změnám, inovacím a jejich objevování. V této fázi je třeba takového spotřebitele získat, ovlivnit jeho rozhodování tak, aby se z něj stal zvyk a hlavně si jej udržet.

Velmi zajímavé pak mohou být pro provozovatele internetového vyhledávače nejen výsledky o struktuře využívání jednotlivých alternativ vyhledávačů, ale zejména informace o přesunech zákazníků a pravděpodobném konečném rozdělení zákazníků na základě analýzy limitního vektoru pravděpodobností přechodu. V této fázi by měl provozovatel internetového vyhledávače zejména porovnat rozdělení preferencí volby internetového vyhledávače u definované cílové skupiny (studentů VŠ) a celkové rozdělení preferencí všech uživatelů internetu, potažmo internetových vyhledávačů (viz Nýdrle, 2009). Kromě porovnání samotné struktury doporučuji také porovnat rychlosti přechodu mezi jednotlivými vyhledávači a srovnat výsledky s těmi, které byly získány analýzou provedenou v této práci.

Na základě získaných výsledků by měla být vytvořena vhodná marketingová strategie na posílení stávající pozice internetového vyhledávače, a to zejména udržením si současných a získáním nových stálých uživatelů.

U internetového vyhledávače Google navrhuji strategii udržování pozice na trhu, jejímž hlavním cílem bude udržování event. zvyšování spokojenosti stávajících uživatelů a přesvědčení uživatelů jiných vyhledávačů, že Google jim může nabídnout více než jejich současný preferovaný internetový vyhledávač. Pro realizaci konkrétních opatření v oblasti marketingu je však potřeba definovat důvody spokojenosti stávajících zákazníků, tedy zjistit,

proč je u nich Google tak oblíbený. Některé důvody lze získat prostým porovnáním funkcí a služeb všech vyhledávačů na trhu, jiné (zejména ty skryté) je nutno definovat na základě dalšího marketingového výzkumu, tentokrát zaměřeného na důvody využívání a spokojenosti internetového vyhledávače Google. Je třeba definovat, které služby a funkce jsou pro uživatele významné a které méně, které jsou nadbytečné, event. zcela chybí. Také je potřeba zaměřit se podrobněji na preferované služby a tyto dále zkvalitňovat. U zákazníků, kteří v současné době preferují jiný vyhledávač, než je Google, je potřeba zjistit důvody, proč konkrétní vyhledávač preferují, event. jaké výhrady proti němu mají. V marketingové strategii je pak nutné zaměřit se na definované charakteristiky ostatních vyhledávačů a přesvědčit uživatele-zákazníka, že Google nabízí lepší služby a funkce.

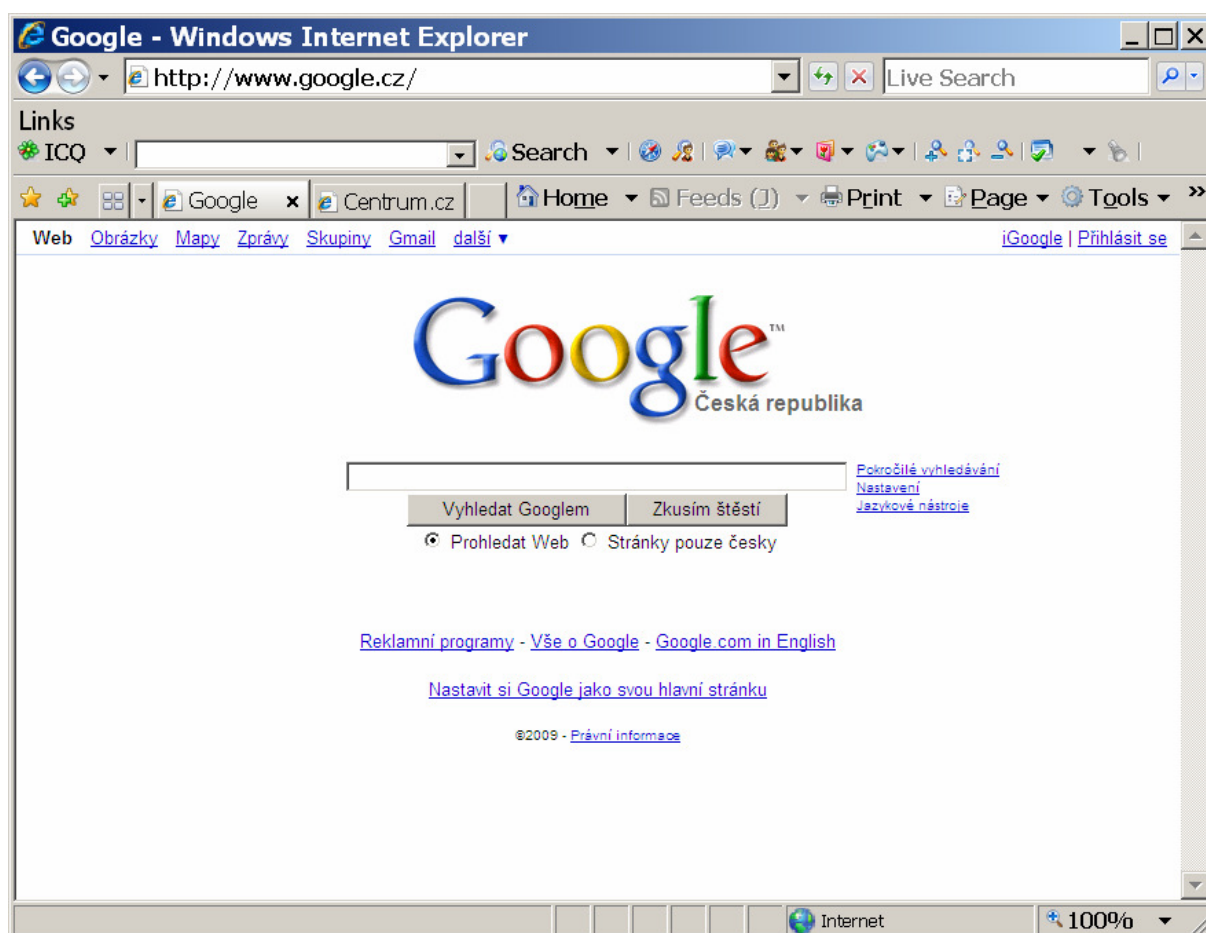
Pro internetový vyhledávač Seznam bych naopak doporučila strategii zvyšování podílu na trhu, event. udržení stávajícího podílu. Dle analýzy modelu chování cílové skupiny ztrácí Seznam své uživatele (přecházejí hlavně k vyhledávači Google). Je tedy potřeba zjistit příčiny tohoto poklesu preferencí, identifikovat, kam „nespokojení“ uživatelé odchází a proč. Vhodným nástrojem je dodatečný marketingový výzkum zaměřený na spokojenost uživatelů a zjištění preferovaných funkcí a služeb. Nestačí však pouze zjistit, jaké služby uživatelé využívají, ale také s čím jsou spokojeni, co by zlepšili, event. jaké dodatečné služby postrádají. Je také potřeba zjistit, proč uživatelé preferují vyhledávač Seznam a tuto skutečnost dále využít při tvorbě marketingové strategie. Součástí výzkumu by pak měla být i podrobnější identifikace uživatele vyhledávače Seznam. Pro provozovatele vyhledávače Seznam jsou tyto informace velmi významné, neboť (stejně jako u mnoha dalších vyhledávačů) součástí jejich příjmů je také příjem z reklamy umístěné formou bannerů a různých informačních oken na stránkách vyhledávače.

Příjem z reklamy je významný také pro další vyhledávače, které jsou cílovou skupinou využívány pouze okrajově. Do této skupiny patří zejména internetový vyhledávač Centrum, ale i další vyhledávače, jako je Seznam. Tyto vyhledávače jsou cílovou skupinou velmi málo využívány (všechny dohromady pod 10 % všech uživatelů). Stejně jako u předchozích vyhledávačů je potřeba identifikovat uživatele vyhledávače Centrum, definovat jeho potřeby a pohled na poskytované služby, jeho spokojenost či nespokojenost s funkcemi vyhledávače.

Významný rozdíl mezi uvedenými vyhledávači je také ve způsobu uchování a prezentace dat. Vyhledávače-katalogy zařazují stránky do stromu kategorií. Indexéry, neboli fulltextové vyhledávače řadí stránky do své databáze podle toho, jaká slova se na nich

vyskytují. Většina vyhledávačů však dnes spojuje principy obou typů vyhledávačů (označují se jako hybridní nebo smíšené vyhledávače). Google a Yahoo pak patří spíše mezi indexéry, Centum, Seznam a Atlas spíše mezi katalogy (viz Lečtyř, 2008).

Z tohoto pojetí pak vychází i celková strategie provozovatelů vyhledávačů vzhledem k portfoliu nabízených služeb. Po kliknutí na vyhledávač Google (dostupný v české mutaci na www.google.cz) se objeví téměř prázdná stránka s oknem pro zadání hledaného výrazu. Naopak po kliknutí na vyhledávač Seznam (dostupný v české mutaci na www.seznam.cz) se objeví stránka obsahující nejen okno pro zadání hledaného hesla, ale také mnoho dalších odkazů na různé kategorie či podstránky portálu Seznam.



Obrázek 5.1 - Google - úvodní stránka

Tyto vyhledávače (kromě Seznamu tu patří i Centrum a další) nabízejí nejen odkazy na různé kategorie, vč. možnosti listování v těchto kategoriích, ale také přímé odkazy na praktické informace (TV program, mapy, hledání odjezdů MHD apod.), odkazy na podstránky zaměřené na aktuální dění (např. během olympiády, před volbami, apod.) či na určitá témata (např. bulvární internetové stránky portálu Centrum na

<http://bleskove.centrum.cz>, stránky portálu Seznam zaměřené na reality na <http://reality.seznam.cz>). Nechybí ani nabízení dalších služeb, jako je email či on-line hry. Všechny tyto služby pak tvoří mix možností a funkcí nabízených uživatelům.



Obrázek 5.2 - Seznam - úvodní stránka

Provozovatelé vyhledávačů však nesmí ani na chvíli přestat rozšiřovat a zdokonalovat svůj mix služeb. Je nutné neustále zjišťovat oblíbenost poskytovaných služeb a funkcí a různými způsoby komunikovat a získávat zpětnou vazbu od uživatelů. Možnosti získávání informací o spokojenosti uživatele a jeho preferencích při využívání služeb nejsou omezeny pouze na marketingový výzkum, který se provede na vybraném vzorku respondentů. Významné a dokonce více užívané jsou různé způsoby monitorování využívání jednotlivých služeb uživatelem.

Jednou z možností je monitorování počtu a délky přístupů na jednotlivé stránky. Analýza nejčastějších cest, které uživatel vykonává při přesunech mezi jednotlivými stránkami a na jejím základě přizpůsobování struktury stránek k vyšší spokojenosti uživatele. Důležitý je také rychle fungující helpdesk, kdy analýza často kladených dotazů může pomoci poskytovateli internetového vyhledávače a dalších služeb identifikovat dosud skryté problémy. Nemusí se přitom jednat přímo o chybné fungování nějaké služby. Mnohem častější je např. špatné pochopení některých funkcí uživatelem přesto, že tvůrce služby byl přesvědčen o její dokonalosti. Tímto je pak možné službu odladit a přizpůsobit ji potřebám uživatelů.

Dalším možným způsobem zjišťování preferencí uživatelů je personalizace webového portálu a poskytovaných služeb. V tomto případě poskytovatel nabízí některé služby pouze registrovaným uživatelům, kteří při registraci mohou vyplnit různé dotazníky a ankety či zvolit si různé možnosti personalizace např. vzhled portálu, struktura nabídek přizpůsobená požadavkům uživatele apod. Podle získaných údajů je pak možné na konkrétního uživatele či homogenní skupinu uživatelů aplikovat cílenou reklamu či další nástroje marketingové strategie.

Dalším pokračováním této práce by pak mohlo být, jak již bylo zmíněno v předchozích kapitolách, opětovné provedení analýzy chování spotřebitele pomocí stochastických procesů, ale na základě nových dat získaných u rozsáhlejšího vzorku respondentů. Konkrétně navrhuji rozšířit vzorek o studenty dalších vysokých škol tak, aby bylo dosaženo reprezentativního vzorku se strukturou respondentů členěnou nejen podle pohlaví, ale i podle věku a studijního oboru. Obě tato dodatečná kritéria totiž hrají velkou roli ve vztahu studenta k internetu a jeho využívání. Jiné preference má obecně student prvního ročníku (tedy „náctiletý“) a jiný student posledního ročníku. Také studijní obor velmi ovlivňuje vztah k internetu a tedy i k vyhledávačům. Jinak využívá internet student angličtiny, jinak pak student informačních technologií. Po získání vhodných dat doporučuji použít stejný postup pro vytvoření modelu chování zákazníka, který byl použit v této práci včetně využití již vytvořeného znovupoužitelného algoritmu. Zajímavé pak bude jistě porovnání získaných výsledků s výsledky popsány v této práci.

Celkově lze říci, že vhodným pokračováním této diplomové práce by byl další marketingový výzkum realizovaný na rozšířeném vzorku respondentů. Výzkum by byl zaměřen na získání informací nejen o struktuře preferencí internetových vyhledávačů

definovanou cílovou skupinou, ale také na odhalení motivů volby konkrétního vyhledávače a spokojenosti s využíváním těchto služeb. Následně by byl vytvořen model chování zákazníka pomocí stochastických procesů s využitím Markovových řetězců a provedena jeho analýza. Byla by tak zjištěna nová pravděpodobná konečná struktura preferencí internetových vyhledávačů na trhu. V druhém kroku by získaná data byla doplněna analýzou spokojenosti a motivů volby spotřebitelů. Tento výzkum a analýza získaných dat však již přesahují rámec této práce a nejsou tedy její součástí.

Závěr

Analýza chování zákazníka během jeho rozhodovacího procesu patří mezi nejvýznamnější části tvorby marketingové strategie. V této práci jsem využila k vytvoření modelu chování zákazníka diskrétní stochastické procesy a metodu Markovových řetězců. Jako cílovou skupinu zákazníků jsem si zvolila studenty vysoké školy, konkrétně studenty EkF VŠB-TUO. Cílem této práce bylo analyzovat rozhodování cílové skupiny při volbě internetového vyhledávače pomocí výše uvedené metody.

Hlavním vstupem do vytvořeného modelu byla matice pravděpodobností přechodu. Tato matice pak byla vytvořena na základě dat získaných marketingovým výzkumem u vybraného vzorku cílové skupiny. Byl také vytvořen speciální znovupoužitelný algoritmus v prostředí programu SCILAB, který patří mezi počítačové algebraické systémy. Výstupem výpočtu modelu pak byl limitní vektor pravděpodobností přechodu a fundamentální matice středních dob prvního přechodu. Byla provedena standardní analýza dat získaných marketingovým výzkumem, jež je součástí přílohy 2.

V aplikační části této práce byl vytvořen model chování zákazníka a analyzovány jeho výsledky vzhledem k celé cílové skupině a i v dělení podle pohlaví respondentů. Byly zjištěny preference cílové skupiny při volbě internetového vyhledávače a také popsány přechody cílové skupiny mezi různými vyhledávači. Získané výsledky pak byly analyzovány z pohledu marketingového odborníka. V závěrečné kapitole pak byla nastíněna doporučení pro další práci se získanými výsledky včetně návrhu na navazující rozšířený výzkum na širším vzorku respondentů a následnou analýzu chování spotřebitele podle metodiky zpracované v této práci.

Věřím, že představená metoda Markovových řetězců má své místo při analýze chování zákazníka a jeho rozhodování, a ukázka využití této metody bude inspirací pro její další aplikaci v marketingu.

Použité informační zdroje

Knihy

- [1] FORET, M., STÁVKOVÁ, J. *Marketingový výzkum: Jak poznávat své zákazníky*. Praha: Grada Publishing a.s., 2003. 159 s. ISBN 80-247-0385-8.
- [2] HORÁKOVÁ, I. *Marketing v současné světové praxi*. Praha: Grada Publishing a.s., 1992. 368 s. ISBN 80-85424-88-6.
- [3] KOŘENÁŘ, V. *Stochastické procesy*. Vysoká škola ekonomická, Fakulta informatiky a statistiky, 2002. 227 s. ISBN 978-80-245-0311-5.
- [4] KOTLER, P. *Marketing Management: Analýza, plánování, realizace a kontrola, 3. doplněné a upravené vydání*. Victoria Publishing, a. s. ve spolupráci s nakladatelstvím East Publishing, 1997. 789 s. ISBN 80-85605-08-2.
- [5] LILIEN, G. L., ELIASHBERG, J. *Marketing: Handbooks in Operations Research and Management Science, Volume 5*. Amsterdam: Elsevier Science Publisher, 1993. 892 s. ISBN 0-444-88957-4.
- [6] LILIEN, G. L., KOTLER, P., MOORTHY, K. S. *Marketing models*. New Jersey: Prentice-Hall International Editions, 1992. 803 s. ISBN 0-13-561929-7.
- [7] URROZ, G. E. *Numerical and Statistical Methods with SCILAB for Science and Engineering*. Booksurge Llc, 2001. 593 s. ISBN 978-15-88983-04-6.

Tištěná periodika

- [8] NÝDRLE, M. *Seznam vs. Google: Bude to boj Davida s Goliášem?* Trend Marketing, 2009, roč. 5, č. 2, s. 31. ISSN 1214-9594.
- [9] TOMEK, G., VÁVROVÁ, V. *Jak se rozhoduje zákazník?*. Marketing & komunikace. 2008, roč. 18, č. 2, s. 8-11. ISSN 1211-5622.

Elektronické zdroje

- [10] Factum Invenio. *Nejpoužívanějším internetovým vyhledávačem je Seznam.cz* [online] 7. 11. 2007 [cit. 2008-11-12]. Dostupný z WWW: <http://www.marketingovenoviny.cz/index.php3?Action=View&ARTICLE_ID=5635> .

- [11] FRIEDRICH, V. *Studijní materiály předmětu Realizace numerických metod na počítači pro obor Kvantitativní podpora managementu, EkF VŠB-TU Ostrava*. Kurz v LMS Moodle se studijními materiály [online]. Akademický rok 2007/2008 zimní semestr [cit. 2008-11-13]. Dostupný z WWW: <<http://moodle.vsb.cz/kpm/course/view.php?id=5>>.
- [12] JAKEL, M. *Internetové vyhledávače - hodnotný nástroj pro internetový marketing?* [online] 30. 8. 2004 [cit. 2008-11-20]. Dostupný z WWW: <http://www.marketingovenoviny.cz/index.php3?Action=View&ARTICLE_ID=2338>.
- [13] LEČTYŘ, I. *Webová prezentace a internetové vyhledávače* [online] 17. 12. 2008 [cit. 2009-01-18]. Dostupný z WWW: <http://www.marketingovenoviny.cz/index.php3?Action=View&ARTICLE_ID=2338>.
- [14] VACULÍKOVÁ, M. *Manuál k programu Scilab* [online]. 3. 4. 2008 [cit. 2009-03-01]. Dostupný z WWW: <<http://scilab.ic.cz/>> .
- [15] Wikipedia.cz. *Počítačový algebraický systém* [online]. 9. 12. 2008 [cit. 2009-03-22]. Dostupný z WWW: <http://cs.wikipedia.org/wiki/Po%C4%8D%C3%ADta%C4%8Dov%C3%BD_algebraick%C3%BD_syst%C3%A9m> .
- [16] Wikipedia.cz. *Scilab* [online] 17. 1. 2009 [cit. 2009-02-12]. Dostupný z WWW: <<http://cs.wikipedia.org/wiki/Scilab>>.

Seznam zkratk a symbolů

Apod.	A podobně
Atd.	A tak dále
CAS	Computer algebra system
EkF	Ekonomická fakulta
HP	Hewlett-Packard
MS	Microsoft
Např.	Například
PC	Personal Computer
Tzv.	Takzvaně
Vč.	Včetně
VŠB-TUO	Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava

Prohlášení o využití výsledků diplomové práce

Prohlašuji, že

- jsem byla seznámena s tím, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb. – autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo;
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen VŠB-TUO) má právo nevýdělečně, ke své vnitřní potřebě, diplomovou práci užít (§ 35 odst. 3);
- souhlasím s tím, že jeden výtisk diplomové práce bude uložen v Ústřední knihovně VŠB-TUO k prezenčnímu nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové práce. Souhlasím s tím, že bibliografické údaje o diplomové práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO;
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona;
- bylo sjednáno, že užít své dílo, diplomovou práci, nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).

V Ostravě dne 28. 4. 2009

.....

jméno a příjmení studenta

Adresa trvalého pobytu studenta:

Gen. Píky 2888/8

702 00 Ostrava

Seznam příloh

- [1] Dotazník
- [2] Základní analýza získaných dat
- [3] Algoritmus výpočtu Markovových řetězců ve SCILABu
- [4] CD „Diplomová práce Modelování zákaznického chování s využitím diskrétních stochastických procesů“
 - Diplomová práce v elektronické podobě vč. příloh 1 - 3
 - Skript „Mretezce.sce“ obsahující algoritmus výpočtu limitního vektoru a fundamentální matice středních dob prvního přechodu
 - Instalační soubor programu SCILAB